GEBHARD ZIMMERMANN

UNTERSUCHUNGEN ZUR PREISTHEORIE DER MEHRPRODUKTUNTERNEHMUNG BEI NACHFRAGE- UND KOSTENVERBUND

1971

1972

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547228_0025

UNTERSUCHUNGEN ZUR PREISTHEORIE DER MEHRPRODUKTUNTERNEHMUNG BEI NACHFRAGE- UND KOSTENVERBUND

Inaugural - Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Wirtschaftswissenschaft
durch den
Fachbereich Wirtschafts- und Sozialwissenschaften
der Westfälischen Wilhelms-Universität
zu Münster

vorgelegt von
Gebhard Zimmermann
aus Bippen
1972

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Erster Berichterstatter: Prof. Dr. Helmut Koch
Zweiter Berichterstatter: Prof. Dr. Heribert Meffert
Dekan: Prof. Dr. Josef Bleymüller
Tag der mündlichen Prüfung: 13. Juli 1971

G l i e d e r u n g

		Seite
Einleitung		1
I	Problemstellung	1
II	Plan der Untersuchung	6
Hauptteil I: PREISTHEORIE BEI NACHFRAGEVERBUND		8
1. Kapitel:	Grundlagen einer Preistheorie der Mehrproduktunternehmung bei Nachfrageverbund	8
I	Die Definition der Preis-Absatz-Funktion und ihre Eignung für die Preistheorie der Mehrproduktunternehmung	8
1	Das generelle Nachfragegesetz und seine Anwendbarkeit in der Preistheorie	8
2	Die allgemeinen Voraussetzungen der Cournot-Marshall'schen Preis-Absatz-Funktion und ihre Implikationen	11
3	Die Definition der Nachfragekurve unter Änderung der Annahmen "Konstanz der anderen Preise" oder "Konstanz des Einkommens"	13
a	Interpretation der Prämisse "Konstanz des Einkommens" als "Konstanz des Nominaleinkommens"	13
b	Die Aufhebung der Prämisse "Konstanz der Preise anderer Güter" für nicht eng verwandte andere Güter	14
c	Die Veränderung aller Preise der anderen Güter bei Preisvariation eines Gutes	16
d	Ein Vergleich der Nachfragekurven bei konstantem Nominaleinkommen und konstantem Realeinkommen	17
4	Die Eignung der verschiedenen Definitionen der Preis-Absatz-Funktion für die Preistheorie nachfrageverwandter Güter	21
II	Die Definition des Nachfrageverbundes	22
1	Das Problem der Definition des Nachfrageverbundes	22

Seite

2 Die klassische Definition nachfrageverbundener und nachfrageunabhängiger Güter von Edgeworth und Pareto 23

3 Die Auswirkungen des Einkommenseffektes auf den Nachfrageverbund: Definition absatzverwandter Güter bei mindestens drei Gütern 28

4 Die Unterschiede zwischen dem Ergebnis der klassischen Definition des Nachfrageverbundes und dem von Hicks und Allen 34

5 Die Definition der Nachfrageverwandtschaft durch Eliminierung des Einkommenseffektes 37

6 Eine operationale Definition des Nachfrageverbundes 44

2. Kapitel: Ansätze zur Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise der Mehrproduktunternehmung bei Nachfrageverbund 52

I Lösungsansätze der Literatur 52

1 Die Reduktion der Probleme der Mehrproduktunternehmung auf die der Einproduktunternehmung 52

a Die Aggregation der Produkte unter der Annahme konstanter Mengenverhältnisse im Einzelhandelsmodell von A.E. Ott 52

b Smithies Aggregationsansatz bei linearer Preisabhängigkeit aller Produkte 56

c Die Aggregation der Gütermengen durch Hicks und Liviatan zu zwei Gütergruppen 57

d Die unabhängige Untersuchung einzelner Gütergruppen mit Hilfe des Nutzenbaumes von Strotz 58

e Die Preisbestimmung in der Mehrproduktunternehmung durch sukzessive Optimierung der einzelnen Absatzpreise 60

2 Die Preisbestimmung bei verbundener Nachfrage auf der Grundlage von Erlös- und Kostenindifferenzkurven 65

Seite

a Die Grundstruktur des Lösungsansatzes 65

aa Darstellung der Auswirkungen der Preisänderung eines Produktes auf den Preis eines anderen Produktes bei verbundener Nachfrage durch ein Zahlenbeispiel 65

ab Bestimmung der Tangentialpunkte von Kostenindifferenz- und Erlösindifferenzkurve 66

b Allgemeine Aussagen über die Verlaufsformen der Indifferenzkurven bei Nachfrageverbund 70

3 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise auf der Grundlage von Grenzerlösen und Grenzkostenkurven 75

a Vorbemerkungen 75

b Die Lage und die Gestalt der Preis-Absatz-Funktion bei Nachfrageverbund 76

ba Die Preis-Absatz-Funktion bei Mengenpolitik 76

bb Die Preis-Absatz-Funktion bei Preispolitik 80

c Der Verlauf der Grenzerlösfunktionen für die einzelne Produktart 83

d Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise 90

da Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei Preispolitik 90

db Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei Mengenpolitik 95

dc Das Problem der Umkehrbarkeit der Preis-Absatz-Funktion bei Mengen- und Preispolitik 98

e Die Aussagen der Literatur über die Auswirkungen von Substitutionalität und Komplementarität auf den gewinnmaximalen Absatzpreis 101

II Die Problematik des Vergleichs der optimalen Absatzpreise bei verbundener und unverbundener Nachfrage 109

Seite

3. Kapitel: Lösungsansätze der Oligopoltheorie und ihre Übertragung auf die Preistheorie der Mehrproduktunternehmung 119

I Die unterschiedlichen Annahmen bei den formal identischen Preis-Absatz-Funktionen in der Oligopoltheorie und in der Preistheorie der Mehrproduktunternehmung 119

II Die Bestimmung der gesamtgewinnmaximalen Absatzpreise bei komplementärem Nachfrageverbund 124

1 Die Darstellung alternativer Gewinnhöhen eines Produktes im Preis-Mengen-Koordinatensystem 124

2 Die Darstellung alternativer Gewinnhöhen eines Produktes in Abhängigkeit von den Preisen beider Produkte 127

3 Die Ableitung der gesamtgewinnmaximalen Absatzpreiskombination 133

III Die Bestimmung der gesamtgewinnmaximalen Absatzpreise bei substitutivem Nachfrageverbund 142

4. Kapitel: Das Edgeworth-Paradoxon als Spezialproblem der Preistheorie der Mehrproduktunternehmung 150

I Die Grundlagen für den Eintritt des Paradoxons 150

1 Ein Beispiel für das Paradoxon 150

2 Die Vernachlässigung des Einkommenseffektes als notwendige Voraussetzung für den Eintritt des Paradoxons 153

3 Die mathematischen Grundlagen des Modells bei mengenproportionaler Kostenerhöhung 156

II Die Auswirkungen einer mengenproportionalen Kostenerhöhung auf die Absatzpreise und Absatzmengen bei verbundener Nachfrage 160

1 Die Auswirkungen der Kostenerhöhung bei komplementärem und substitutivem Nachfrageverbund und linearen sowie nichtlinearen Kosten- und Preis-Absatz-Funktionen 160

Seite

2 Graphische Darstellung der paradoxen Preiswirkung 165

Hauptteil II: PREISTHEORIE BEI KOSTENVERBUND 171

5. Kapitel: Grundlagen und Definitionen 171

I Definition und Klassifikation der verbundenen Produktion 171

1 Interdependenzen im Bereich der Leistungserstellung und ihre Bedeutung für die Preistheorie der Mehrproduktunternehmung 171

2 Die Definition des Kostenverbundes 176

II Produktionstheoretische Erfassung der Formen der verbundenen Produktion mit Kopplung 179

1 Die Darstellung komplementärer und konkurrierender Produktion bei begrenzt variierbarem Mengenverhältnis mit Hilfe von Transformationskurven 179

2 Verbrauchsfunktionen und Produktionsfunktionen bei Verbundproduktion mit Kopplung 181

III Das Problem der Kostenzurechnung bei Kuppelproduktion 188

6. Kapitel: Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise bei Kostenverbund 192

I Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei starrer Produktionskopplung 192

1 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise für ein Produktpäckchen unter der Annahme des Absatzzwanges 192

2 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise eines Produktpäckchens unter der Annahme der Vernichtungsmöglichkeit 195

a Die Möglichkeit der kostenlosen Vernichtung eines Teils der Produktion eines Gutes 195

Seite

b Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise eines Produktpäckchens bei Berücksichtigung von variablen Vernichtungskosten 199

II Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei Kuppelproduktion mit elastischer Kopplung 202

1 Der Verlauf der Gesamtkosten und der partiellen Grenzkosten bei komplementärem und konkurrierendem Kostenverbund 202

2 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise bei konkurrierendem und komplementärem Kostenverbund unter der Annahme des Absatzzwanges 206

3 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise unter der Annahme von Vernichtungsmöglichkeiten 211

Hauptteil III: PREISTHEORIE BEI NACHFRAGE- UND KOSTENVERBUND 215

7. Kapitel: Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise bei starrer Produktionskopplung und verbundener Nachfrage 216

I Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei starrer Produktionskopplung und Absatzzwang 216

1 Starre Produktionskopplung und substitutive Nachfragebeziehungen 216

2 Starre Produktionskopplung und komplementäre Nachfragebeziehungen 222

II Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei starrer Produktionskopplung und der Möglichkeit der Vernichtung von Teilmengen nachfrageverwandter Produkte 224

1 Kostenlose Vernichtung bei starrer Produktionskopplung und substitutivem Nachfrageverbund 224

2 Kostenlose Vernichtung bei starrer Produktionskopplung und komplementärem Nachfrageverbund 230

3 Die Auswirkungen von variablen Vernichtungskosten auf die gewinnmaximale Absatzmengenkombination bei Nachfrageverbund 232

Seite

8. Kapitel: Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise bei Kuppelproduktion mit elastischer Kopplung und verbundener Nachfrage 237

I Konkurrierender Kostenverbund und verbundene Nachfrage 237

1 Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei konkurrierendem Kostenverbund und substitutiven Nachfragebeziehungen 237

2 Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei konkurrierendem Kostenverbund und komplementären Nachfragebeziehungen 240

II Komplementärer Kostenverbund und verbundene Nachfrage 243

1 Die gewinnmaximalen Absatzpreise unter der Annahme des Absatzzwanges aller produzierten Güter 243

2 Die gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise bei komplementärem Kostenverbund und verbundener Nachfrage unter der Annahme der kostenlosen Vernichtung von Teilmengen eines Produktes 247

a Das Optimalitätskriterium bei kostenlosen Vernichtungsmöglichkeiten von Teilmengen eines Produktes 247

b Die gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise bei komplementärem Kostenverbund und komplementären Nachfragebeziehungen 250

c Die gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise bei komplementärem Kostenverbund und substitutionalem Nachfrageverbund 254

d Ein Zahlenbeispiel 257

3 Die Auswirkungen von variablen Vernichtungskosten auf die gewinnmaximale Absatzmengen- und Absatzpreiskombination 262

Schlußbemerkungen 267

Literaturverzeichnis 270

Abkürzungsverzeichnis 282

Einleitung

I Problemstellung

Die Frage nach dem "richtigen" Absatzpreis ist eine der Grundfragen der Theorie der Unternehmung. Der richtige Absatzpreis ist abhängig von der Zielvorstellung des Unternehmers. Aus der Vielzahl der möglichen Einzelziele kommt der Einkommenserzielung eine wesentliche Bedeutung zu.[1] Denn sonstige Ziele lassen sich, wenn überhaupt, nur dann realisieren, wenn ein bestimmter Mindestgewinn erzielt wird. Somit kann der Einkommenserwerb und somit die Gewinnerzielung als Kernzweck der Unternehmung bezeichnet werden. Unter dem richtigen Absatzpreis soll also hier derjenige Preis verstanden werden, bei dem der Gewinn der Unternehmung maximiert wird.

Untersuchungen über den gewinnmaximalen Absatzpreis nehmen in der Theorie der Unternehmung einen umfangreichen Raum ein, und es läßt sich konstatieren, daß die Preistheorie einen der fundiertesten und geschlossensten Teile der ökonomischen Theorie darstellt.

Indes ist die Frage der richtigen Absatzpreise schwerpunktmäßig für die Einproduktunternehmung analysiert worden. Hierbei wird stets angenommen, daß die Unternehmung lediglich ein Produkt herstellt, bzw. daß mehrere Produkte parallel gefertigt und/oder abgesetzt werden. Die für die Einproduktunternehmung

---

1 Vgl. Helmut Koch, Die Theorie der Unternehmung als Globalanalyse, in: ZfdgSt, Bd. 120 (1964), S. 385-434, hier S. 396ff.; ders., Der Begriff des ökonomischen Gewinns, in: ZfbF, NF, 20. Jg. (1968), S. 389-441, hier S. 390; ders., Grundlagen der Wirtschaftlichkeitsrechnung, Wiesbaden 1970, S. 14f.

abgeleiteten Ergebnisse werden dabei für die Mehrproduktunternehmung als gültig angesehen, d.h. als Verallgemeinerungen für die Preistheorie schlechthin betrachtet. Doch haben diese "Verallgemeinerungen ... eine Reihe fraglos zur Wirklichkeit gehörender 'Tatsachen' unberücksichtigt gelassen: daß die meisten Unternehmen mehr als ein Produkt erstellen; daß für die Nachfrage nach diesen gemeinsam hergestellten Produkten in vielen Fällen Interdependenz besteht".[1] Darüberhinaus ist auch "die verbundene Produktion .. in der weiteren Entwicklung der modernen Preistheorie weniger berücksichtigt worden, als es bei der weiten Verbreitung der verbundenen Produktion in der Wirklichkeit hätte erwartet werden können".[2]

Die Ergebnisse, die in der Preistheorie und in der Theorie der Produktion dadurch möglich wurden, daß man die Prämisse der Einproduktunternehmung unterstellte, sind sehr unrealistisch. Um aber die Unternehmensweise bei Produktion und Absatz mehrerer Produktarten bestimmen zu können, dürfen die Probleme der Nachfrage- und Kostenverbundenheit nicht außer acht gelassen werden.

Als nachfrageverbunden werden Produkte bezeichnet, die sich in ihren Absatzchancen gegenseitig beeinflussen. Dabei hängt die Absatzmenge nicht nur vom eigenen Absatzpreis, sondern auch von den Absatzpreisen der anderen Produkte ab.[3] Ein Kostenverbund

---

1 Fritz Machlup, Wettbewerb im Verkauf, Göttingen 1966, S. 584f.

2 Hans Möller, Kalkulation, Absatzpolitik und Preisbildung. Die Lehre von der Absatzpolitik der Betriebe auf preistheoretischer und betriebswirtschaftlicher Grundlage, Nachdruck mit einer neuen Einführung über: Die Entwicklung der modernen Preistheorie, Tübingen 1962, S. XXXVI.

3 Vgl. Erich Schneider, Einführung in die Wirtschaftstheorie, II. Teil, Wirtschaftspläne und wirtschaftliches Gleichgewicht in der Verkehrswirtschaft, 7. verb. Aufl., Tübingen 1961, S. 91 sowie Herbert Jacob, Preispolitik, Wiesbaden 1963, S. 121ff.

liegt vor, wenn die Kosten eines Produktes abhängig sind von der erzeugten Menge eines anderen Produktes.

Nun lassen sich optimale Entscheidungen nur dann treffen, wenn innerhalb eines Intervalls die Möglichkeit zu einer autonomen Preispolitik besteht. Diese Möglichkeit ist beim Monopol, beim Polypol und Oligopol auf unvollkommenen Märkten gegeben. Hier sollen indessen die interdependenten Reaktionen der Konkurrenten außer Betracht bleiben. Gegenstand der Untersuchung soll also das Monopol oder Polypol sein. Da der monopolistische Bereich der Preis-Absatz-Funktionen des Polypolisten der für die Preispolitik relevante Bereich ist, lassen sich die Ergebnisse des Monopolmodells unmittelbar auf den Polypolisten übertragen.

Die zu lösenden Probleme der Preispolitik der Mehrproduktunternehmung ergeben sich aus den Interdependenzen in den Nachfrage- und Kostenbeziehungen. Bei Beachtung der Interdependenzen zwischen den Variablen sind theoretische Aussagen über die gewinnmaximalen Absatzpreise und somit auch über die Absatzmengen bei Produktions- und Nachfrageverbund zu machen. Welche preispolitische Handlungsweise hat der Unternehmer bei mehreren Produkten zu wählen? Um diese Frage zu beantworten, ist die Beziehung dieser gewinnmaximalen Absatzpreise zueinander zu bestimmen und zu untersuchen, und es sind die Auswirkungen der Veränderungen auf der Produktions- und Nachfrageseite auf diese gewinnmaximalen Variablen zu analysieren. Diese Aufgabenstellung erfordert es, jeweils von der vorliegenden Situation des Verbundes auszugehen. Gleichzeitig ergibt sich die Frage, inwieweit sich die Theorie der Mehrproduktunternehmung auf den Fall der Einproduktunternehmung übertragen läßt.

Es sei kurz der Anstoß zu dieser Problemstellung dargelegt. Die Preispolitik der Mehrproduktunternehmung ist unter den besonderen Voraussetzungen nachfrage- und kostenmäßiger Interdependenzen in der Literatur durchaus untersucht worden. An erster Stelle sind hier die preistheoretischen Untersuchungen bei Nachfrageverbund und Unabhängigkeit in der Produktion anzuführen.[1]

Die Ansätze berücksichtigen, daß nicht für jede einzelne Produktart der Gewinn maximiert werden kann. "Das preispolitische Ziel der Unternehmung besteht nicht darin, für jede einzelne Ware bzw. Warengattung ... den größtmöglichen Gewinn zu erzielen. Vielmehr ergibt sich als absatzpolitische Aufgabe, mit dem gesamten ... [Sortiment] ein möglichst günstiges Betriebsergebnis zu erreichen."[2] Unterkostenverkäufe liegen für eine Mehrproduktunter nehmung im notwendigen Aktionsspielraum. Diese Ansätze leiden jedoch unter zu starken Vereinfachungen bzw. weisen nach Ansicht des Verfassers in der

---

1 Vgl. Harold Hotelling, Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand and Supply Functions, in: JPE, Vol. XL (1932), S. 577-616; F.Y. Edgeworth, The Pure Theory of Monopoly, in: Papers Relating to Political Economy, Nachdruck New York o.J., Vol. I, S. 111-142; George J. Stigler, The Theory of Price, New York 1946, S. 305-320; Kenneth E. Boulding, Economic Analysis, Revised Edition, New York 1948; Sidney Weintraub, Price Theory, New York, London, Toronto 1949, S. 289-336; Peter Humbel, Preispolitische Gewinndifferenzierung, Diss. Zürich 1958; Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz im Einzelhandel unter besonderer Berücksichtigung des Problems der Mehrproduktunternehmung, in: ZfNuSt, Bd. 172 (1960), S. 32-57; Walter Ferner, Modelle zur Programmplanung im Absatzbereich industrieller Betriebe, Köln, Berlin, Bonn, München 1966; Hans Hermann Weber, Grundlagen einer quantitativen Theorie des Handels, Köln und Opladen 1966, S. 102-113.

2 Erich Gutenberg, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 2. Band: Der Absatz, 8. Aufl., Berlin, Heidelberg, New York 1965, S. 358.

Modellinterpretation Mängel auf. Ferner liegen isolierte Untersuchungen zum Problemkreis des Kostenverbundes vor.[1]

Diese isolierten Untersuchungen können nicht als umfassende Ansätze zur Berücksichtigung der in der Mehrproduktunternehmung vorliegenden Interdependenzen angesehen werden. An eine Preistheorie der Mehrproduktunternehmung ist die Forderung zu richten, daß sie simultan sowohl den Kosten- als auch den Nachfrageverbund in ihre Analysen einbezieht.

Was aber die simultane Berücksichtigung von Nachfrage- und Kostenverbund betrifft,[2] so leiden diese Beiträge, wie schon die Ansätze bei isolierter Berücksichtigung des Nachfrageverbundes, unter den unrichtigen Schlußfolgerungen aus den formalen Modellergebnissen. Darüberhinaus ist es möglich, bei der

---

1 Vgl. Heinrich von Stackelberg, Grundlagen einer reinen Kostentheorie, Wien 1932, S. 53ff.; Sune Carlson, A Study on the Pure Theory of Production, London 1939, reprinted New York 1969, S. 74ff.; Marshall R. Colberg, Monopoly Prices under Joint Costs Fixed Proportions, in: JPE, Vol. XLIX (1941), S. 103-110; Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten optimaler Produktionsprogramme bei primärer Verbundproduktion, Diss. Hamburg 1966; Kurt Bohr, Zur Produktionstheorie der Mehrproduktunternehmung; Traditionelle Theorie und Lineare sowie Nichtlineare Programmierung, Köln und Opladen 1967; Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogramms, dargestellt am Beispiel der Kalkindustrie, Köln, Berlin, Bonn, München 1969.

2 Hier sind insbesondere zu nennen: R.H. Coase, Monopoly Pricing with Interrelated Costs and Demands, in: Economica, NS, Vol. XIII (1946), S. 278-794; Martin J. Bailey, Price and Output Determination in a Firm Selling Related Products, in: AER, Vol. XLIV (1954), S. 82-93; Hans Spilker, Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzmengenkombinationen der Mehrproduktunternehmung und ihre Reaktion auf Nachfrageverschiebungen, in: ZfdgSt, Bd. 112 (1956), S. 632-670; Reinhard Selten, Preispolitik der Mehrproduktunternehmung in der statischen Theorie, Berlin, Heidelberg, New York 1970.

Untersuchung des Kostenverbundes und der damit verbundenen Rückwirkungen auf die Absatzpreise von realistischeren Annahmen auszugehen.

Der zu behandelnde Fragenkomplex läßt sich zusammenfassend wie folgt präzisieren: Wie sind für die Mehrproduktunternehmung bei Nachfrage- und/oder Kostenverbund die gewinnmaximalen Absatzpreise zu ermitteln, welche Beiträge zur Lösung dieser Frage sind die in der Literatur bislang vorliegenden Ansätze zu leisten imstande und in welcher Weise sind diese Ansätze gegebenenfalls zu modifizieren?

II Plan der Untersuchung

Die zuvor dargelegte Problemstellung macht es notwendig, die einzelnen in der Literatur behandelten Probleme getrennt zu diskutieren, also zunächst preistheoretische Probleme bei isolierter Berücksichtigung des Nachfrage- bzw. Kostenverbundes zu erörtern.

Im ersten Hauptteil der Untersuchung sei auf den Nachfrageverbund eingegangen. Dazu ist es erforderlich, vorab auf Möglichkeiten der Berücksichtigung des Nachfrageverbundes in Preis-Absatz-Funktionen einzugehen. Dies ist unumgänglich, da eine Preistheorie der Mehrproduktunternehmung mit einer sinnvollen Definition des Nachfrageverbundes und seiner Berücksichtigung in Preis-Absatz-Funktionen steht und fällt.[1]

---

1 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion und das Dilemma der Preistheorie, in: ZfdgSt, Bd. 122 (1966), S. 587-628, hier S. 599; ders., Die Preistheorie und die preispolitischen Folgen vertikaler Unternehmenskonzentration, in: ZfbF, NF, 18. Jg. (1966), S. 140-157, hier S. 153ff.

Im zweiten Hauptteil soll auf die isolierende Untersuchung des Kostenverbundes eingegangen werden. Den modelltheoretischen Untersuchungen sind eine begriffliche Klärung des Kostenverbundes und die Erfassung in Kostenfunktionen voranzustellen. Erst auf der Grundlage dieser Voruntersuchung ist eine fundierte Ermittlung gewinnmaximaler Absatzpreise möglich.

Der dritte Hauptteil beinhaltet die preistheoretische Diskussion zum Kosten- und Nachfrageverbund in der Mehrproduktunternehmung. Starrer und elastischer Kostenverbund sind dabei jeweils bei substitutivem und komplementärem Nachfrageverbund zu untersuchen. Dadurch sollen alle möglichen Fälle der Kombination von Kosten- und Nachfrageverbund analysiert werden.

Hauptteil I: PREISTHEORIE BEI NACHFRAGEVERBUND

1. Kapitel: Grundlagen einer Preistheorie der Mehrproduktunternehmung bei Nachfrageverbund

I Die Definition der Preis-Absatz-Funktion und ihre Eignung für die Preistheorie der Mehrproduktunternehmung

1 Das generelle Nachfragegesetz und seine Anwendbarkeit in der Preistheorie

Die Probleme der Preistheorie der Mehrproduktunternehmung bei Nachfrageverbund ergeben sich aus den Interdependenzen zwischen den Preisen der einzelnen Güter. Die Preistheorie der Mehrproduktunternehmung hat die Aufgabe, diese indirekten Wirkungen zu untersuchen und zu erklären. Alle Einflüsse, die die Absatzpreise sämtlicher Güter bestimmen, sind simultan zu erfassen. Ausgangspunkt einer Analyse der Absatzpreise könnte somit bei nachfrageverwandten Gütern unter der Annahme einer jeden Marktform das generelle Nachfragegesetz sein.

Nach dem generellen Nachfragegesetz sind die Mengen eines nachgefragten Gutes von dem Preis dieses Gutes, den Preisen aller anderen Güter, dem Einkommen aller Nachfrager und der Einkommensverteilung abhängig.[1] Es ist also

$$(1.1) \quad x_i = f(p_1,\ldots,p_n,E_1,\ldots,E_n) \; .$$

Mit dieser Gleichung wird die "allgemeine Interdependenz der ökonomischen Größen"[2] berücksichtigt. Dieses

---

1 Vgl. Henry Schultz, The Theory and Measurement of Demand, fifth impression, Chicago, London 1966, S. 8.

2 Heinz Sauermann, Einführung in die Volkswirtschaftslehre, Band II, Wiesbaden 1964, S. 145.

Totalmodell auf mikroökonomischer Basis ist mit dem Nachfragegesetz der Lausanner Schule (Walras, Pareto) identisch. Die Absatzpreise und Absatzmengen sämtlicher Güter lassen sich simultan bestimmen. Die Preisbildung erfolgt gewissermaßen automatisch. Ein solches umfassendes und kompliziertes preistheoretisches Totalmodell vermag dennoch nicht mehr als einige bestimmte Phänomene der Realität abzubilden, denn die gesamte Komplexität der Realität entzieht sich immer einer vollständigen theoretischen Fassung.[1]

Als Modell der statischen Theorie nimmt es zusätzlich keinen Bezug auf Lagerbestände, erwartete Preise und Einkommen sowie auf Preise und Einkommen früherer Perioden.[2] Das allgemeine Nachfragegesetz determiniert den Preis eines Gutes und somit die Preise der anderen Güter und beachtet, daß die einzelnen Gütermengen nicht voneinander isoliert sind. Eine Totalanalyse wird unter Berücksichtigung sämtlicher Variablen durchgeführt. Sie stellt nicht auf die einzelnen Variablen ab und benötigt nicht die die Detailanalyse kennzeichnende Ceteris-paribus-Klausel. Da auf die Gesamtheit der Variablen abgestellt wird, wird der Interdependenz der Optima voll Rechnung getragen.[3]

Ein Totalmodell gestattet aber keine Aussage darüber, wie die Wirkungen einer Preisänderung eines Gutes auf die nachgefragten Mengen dieses Gutes sind, weil die anderen ökonomischen Größen sich in einem solchen Modell gleichzeitig verändern. Eine Analyse der

---

1 Vgl. Alfred E. Ott, Grundzüge der Preistheorie, Göttingen 1968, S. 318f.

2 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 606.

3 Vgl. Helmut Koch, Die Theorie der Unternehmung, S. 393f.

Änderungen und eine generelle Aussage über die Wirkungen dieser Änderungen setzt nun voraus, daß alle anderen Einflußgrößen außer Betracht bleiben.

Generelle Aussagen über einzelne Variablen lassen sich nur bilden, wenn alle anderen Einflußgrößen ausgeschaltet sind. Dies läßt sich nur durch eine Vereinfachung mit Hilfe der Ceteris-paribus-Klausel erreichen.[1] "Die Isolierungsmethode erweist sich als notwendig, um von den 'bloßen Verallgemeinerungen' der Theorie des generellen wirtschaftlichen Gleichgewichts zu besonderen Problemstellungen übergehen zu können, was ohne Isolierung der in das Spezialproblem eingehenden Wirtschaftsgrößen aus dem Gesamtzusammenhang der allgemeinen Interdependenz nicht möglich ist."[2] Mit der Preis-Absatz-Funktion liegt eine Reduktion des generellen Nachfragegesetzes auf wenige Variable vor.[3] Einzelaussagen hierbei unter "sonst gleichbleibenden Bedingungen" sind nach einer Analyse zu verbinden, um aus dieser Integration das "Phänomen der Nachfrage" zu erfassen.[4] Eine detaillierte Analyse - der der Widerspruch der in der Ceteris-paribus-Klausel enthaltenen Isolierungsmethode anhaftet - ist nur dann berechtigt, wenn sie eine Totalanalyse so zu ergänzen vermag, daß dieser Widerspruch in Kauf genommen werden kann.[5]

---

1 Vgl. Helmut Koch, Die Theorie der Unternehmung, S. 391.

2 Oskar Lange, Die allgemeine Interdependenz der Wirtschaftsgrößen und die Isolierungsmethode, in: ZfN, Bd. 4 (1933), S. 52-78, hier S. 57.

3 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 9.

4 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 593.

5 Vgl. Helmut Koch, Die Theorie der Unternehmung, S. 394.

2 Die allgemeinen Voraussetzungen der Cournot-Marshall'schen Preis-Absatz-Funktion und ihre Implikationen

Der Preistheorie liegt die Preis-Absatz-Funktion von Cournot-Marshall zugrunde. Lassen sich mit dieser Preis-Absatz-Funktion die indirekten Wirkungen zwischen den einzelnen Gütern erfassen? Diese Preis-Absatz-Funktion basiert auf der Aussage: Die nachgefragten Mengen eines Gutes hängen ausschließlich von dem Preis dieses Gutes ab. Alle anderen Größen werden als konstant unterstellt. Welche allgemeinen Voraussetzungen werden nun gemacht, um einen solchen funktionalen Zusammenhang zwischen Preis und Menge dieses Gutes aufzuzeigen? In der Literatur werden folgende Voraussetzungen genannt.[1]

(1) Die Präferenzstruktur, d.h. der Geschmack der Käufer ändert sich nicht. Die Höhe des Preises eines solchen Gutes hat also keinen Einfluß auf die Vorliebe der Käufer für dieses Gut. Dieses bedeutet, daß von einem gegebenen marktstrategischen Verhalten, d.h. einem unveränderten Einsatz der absatzpolitischen Instrumente, ausgegangen wird.

(2) Die Preise aller anderen Güter der Unternehmung und die aller anderen Unternehmungen sind für den Käufer konstant und vorgegeben. Dies ist eine notwendige Voraussetzung, um eindeutige Preis-Absatz-Funktionen ableiten zu können, vor allem wenn ein substitutiver oder komplementärer Nachfrageverbund vorliegt. Eine Berücksichtigung dieses Nachfrage-

---

1 Vgl. George J. Stigler, The Theory of Price, S. 76; Sidney Weintraub, Price Theory, New York-Toronto-London 1949, S. 33f.; Kenneth E. Boulding, Economic Analysis, S. 134f.; Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 591f.

verbundes würde zu einer Veränderung der Preis-Absatz-Funktion dieses Gutes führen.[1]

(3) Für die Preis-Absatz-Funktion wird zusätzlich vorausgesetzt, daß das Einkommen aller Nachfrager und die Einkommensverteilung unverändert bleiben. Dies bedeutet, daß die Gesamtausgaben für alle Güter sich nicht ändern. Denn jede Änderung der Einkommenshöhe würde zu einer anderen Preis-Absatz-Funktion führen.[2]

Die Nachfrage nach einem Gut ist somit nur abhängig vom Preis dieses Gutes. Wenn die Preise und somit die Absatzmengen der anderen Güter konstant bleiben, und ebenfalls die Gesamtausgaben sich nicht ändern, dann ändert sich auch der Umsatz für alle anderen Güter nicht. Eine vorgegebene Gesamtausgabenhöhe bedeutet nun für das betrachtete Gut, daß sich auch dessen Umsatz nicht ändert. Bei variierendem Preis ist das Produkt aus Absatzpreis mal Absatzmenge stets gleich hoch. Eine Preis-Absatz-Funktion bei konstantem Umsatz entspricht einer gleichseitigen Hyperbel. Eine solche isoelastische Nachfragekurve hat in jedem Punkt die Elastizität 1. Dies bedeutet, daß eine Preisvariation in jedem Punkt zu einem Grenzerlös von Null führt. Unter den Annahmen, die hinter einer solchen Preis-Absatz-Funktion stehen, läßt sich ein Cournot'scher Punkt nicht bestimmen.[3] Es braucht nicht bewiesen zu werden, daß das auf diesen Annahmen basierende Ergebnis nicht sinnvoll ist. Die Partialanalyse in der herkömmlichen Form schließt ex definitione eine Analyse der Verbundwirkungen aus.

---

1 Vgl. z.B. Erich Schneider, Wirtschaftspläne, S. 11.

2 Vgl. z.B. Henry Schultz, The Theory, S. 40ff.

3 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 592.

Dies bedeutet, daß man nicht nach Belieben Einflußgrößen konstant setzen darf, die die Aussagefähigkeit der Modelle in Frage stellen und die eine Integration verhindern.[1] Oskar Lange fordert deshalb, daß nur solche Variablen konstant gesetzt werden sollen, deren partielle Elastizitäten zu dem betrachteten Produkt unwesentlich sind.[2] Eng verwandte Variable sind deshalb in einer erweiterten Partialanalyse gemeinsam zu analysieren,[3] oder die einzelnen Voraussetzungen für die Ceteris-paribus-Bedingung sind anders zu interpretieren.

Dies hat zur Konsequenz, daß für eine Berücksichtigung der mittelbaren Wirkungen entweder Änderungen in der Höhe des Einkommens, den Preisen der anderen Güter oder den Absatzmengen aller Güter zugelassen werden müssen.

3 Die Definition der Nachfragekurve unter Änderung der Annahmen "Konstanz der anderen Preise" oder "Konstanz des Einkommens"

a Interpretation der Prämisse "Konstanz des Einkommens" als "Konstanz des Nominaleinkommens"

Die in der Literatur vorzufindenden Preis-Absatz-Funktionen gehen grundsätzlich von einer vorgegebenen Präferenzstruktur der Nachfrager aus. Die Annahme, daß die Absatzmenge eines Gutes nur von dessen Preis abhängt, setzt voraus, daß die Preise aller anderen Güter konstant sind. Dies ist die in der Literatur vorzufindende

---

1 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 593.

2 Vgl. Oskar Lange, Die allgemeine Interdependenz, S. 64-68.

3 Vgl. James M. Buchanan, Ceteris Paribus: Some Notes on Methology, in: SEJ, Vol. 24 (1957/58), S. 259-270, hier S. 262ff.

Definition von Marshall.[1] Doch mag eine so starke Vereinfachung "lead to erroneous and unacceptable results"[2]. Denn diese Definition gestattet zwei Interpretationen, da Marshall selbst keine exakten Annahmen über das Einkommen gemacht hat.

Die herrschende Interpretation setzt das Nominaleinkommen konstant, denn das allgemeine Nachfragegesetz berücksichtigt neben den Preisen aller anderen Güter auch das Nominaleinkommen.[3]

Ein konstantes Nominaleinkommen bedeutet bei einer Bewegung auf der Preis-Absatz-Funktion, daß das Realeinkommen sich ändert.[4] Bei konstantem Nominaleinkommen führt indes eine Preisänderung des betrachteten Gutes bei anderen Gütern und bei vorgegebenen Preisen dieser Güter zu einer Veränderung ihrer Absatzmengen. Dieses Ergebnis wird in der Literatur stillschweigend unterstellt.

b Die Aufhebung der Prämisse "Konstanz der Preise anderer Güter" für nicht eng verwandte andere Güter

Die andere Interpretation der Nachfragekurve geht auf

---

1 Vgl. Alfred Marshall, Principles of Economics, Ninth (variorum) edition, Vol. I, London 1961, S. 95.

2 Henry Schultz, The Theory, S. 54.

3 Vgl. Dan Usher, The Derivation of Demand Curves from Indifference Curves, in: OEP, New Series, Vol. 17 (1965), S. 24ff., hier S. 37.

4 Vgl. Milton Friedman, The Marshallian Demand Curve, in: JPE, Vol. 57 (1949), S. 463-495, wiederabgedruckt in: Readings in Microeconomics, edited by William Breit and Harold M. Hochman, New York, Chicago, San Francisco, Atlanta, Dallas, Montreal, Toronto, London 1968, S. 104-114, hier S. 106.

Milton Friedman und auf Knight zurück.[1] Von beiden wird die Konstanz des Einkommens als Konstanz des Realeinkommens angesehen.

Ein gleiches Realeinkommen erfordert bei Preisänderungen des betrachteten Gutes Änderungen in den Preisen der anderen Güter oder aber eine Kompensation im Nominaleinkommen.[2] In der Interpretation durch Knight ist das Nominal- und das Realeinkommen vorgegeben. Deshalb muß bei Knight eine Preisänderung des betrachteten Gutes durch kompensierende Preisänderung bei den anderen Gütern ausgeglichen werden.

Friedman läßt kompensierende Preisänderungen bei verwandten Gütern nicht zu. Die Preise verwandter Güter bleiben bei einer Preisvariation des betrachteten Gutes konstant, sie gehen in die Ceteris-paribus-Klausel ein. Es werden nur solche Güterpreise geändert, die sich auf die Nachfrage des zu untersuchenden Gutes nicht auswirken bzw. deren Effekt sehr gering ist. Somit erfolgt eine Kompensation der Preise nur bei nicht eng verwandten Gütern.[3] Hierdurch läßt sich ein als konstant angenommener Lebensstandard erreichen.

Eine andere Möglichkeit sieht Friedman darin, daß ein konstantes Realeinkommen bei Preisvariation eines Gutes durch eine Kompensationsvariation im Nominaleinkommen erzielt wird.[4]

---

1 Vgl. Milton Friedman, The Marshallian Demand Curve, S. 106; Frank H. Knight, Realism and Relevance in the Theory of Demand, in: JPE, Vol. 52 (1944), S. 289-318, hier S. 299.

2 Vgl. Milton Friedman, The Marshallian Demand Curve, S. 106.

3 Vgl. ebenda.

4 Vgl. ebenda, S. 107.

Die kompensierende Preisänderung bei nicht eng verwandten Gütern führt dazu, daß bei einer Preisvariation eines Gutes j unter der Annahme eines konstanten Realeinkommens für jeden Preis des Gutes i nicht eine gesonderte Preis-Absatz-Funktion existiert. Dies bedeutet, daß eine Preisänderung des Gutes i unter der Annahme eines konstanten Realeinkommens zu einer Bewegung auf der Preis-Absatz-Funktion dieses Gutes führt

c Die Veränderung aller Preise der anderen Güter bei Preisvariation eines Gutes

Arthur Cecil Pigou und Joan Robinson gehen von einer Definition der Nachfragekurve aus, die auf dem allgemeinen Nachfragegesetz der Lausanner Schule aufbaut.[1] Über die Preise anderer Güter werden keine Annahmen bei Konstanz des Nominaleinkommens und der Angebotsbedingungen gemacht. Eine Preisvariation erzwingt eine Veränderung aller Preise, und damit eine Veränderung der Nachfragekurve für jedes andere Gut.[2]

Eine Konstruktion der Nachfragekurve Pigous erfordert deshalb eine Beachtung der Rückwirkungen der anderen Preise auf das betrachtete Gut. Jeder Punkt der Nachfragekurve ist gleichbedeutend mit einem neuen Totalgleichgewicht im Sinne des generellen Nachfragegesetzes.[3] Im Grunde setzt also eine solche Preis-Absatz-Funktion die Kenntnis des generellen Nachfragegesetzes voraus.[4] Bei einer solchen Preis-Absatz-Funktion

---

1 Vgl. A.C. Pigou, The Statistical Derivation of Demand Curves, in: EJ, Vol. 40 (1930), S. 384-400; Joan Robinson, The Economics of Imperfect Competition, London 1933, reprinted 1954, S. 20.

2 Vgl. Joan Robinson, The Economics, S. 20.

3 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 594.

4 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 96f.

lassen sich die indirekten Wirkungen schwer analysieren. Hierin liegen die Grenzen der Anwendbarkeit dieser Interpretation.[1]

d Ein Vergleich der Nachfragekurven bei konstantem Nominaleinkommen und konstantem Realeinkommen

Die Unterschiede zwischen einer Preis-Absatz-Funktion, die unter der Annahme eines konstanten Nominaleinkommens und einer Preis-Absatz-Funktion, die unter der Annahme eines konstanten Realeinkommens definiert ist, lassen sich aus Indifferenzkurven ableiten.[2]

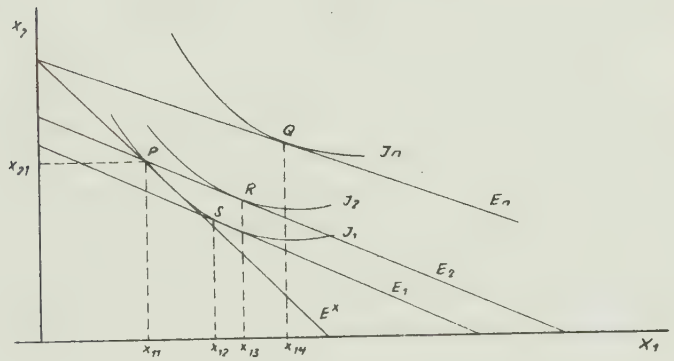


Abb. 1.1

Eine Preisänderung (Preissenkung) des Gutes 1 führt bei konstantem Preis des Gutes 2 und konstantem Nominaleinkommen von den Absatzmengen x_{21} und x_{11} (Tangentialpunkt P) zu dem Tangentialpunkt Q mit der

1 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 102f.

2 Vgl. Milton Friedman, Price Theory, third printing, Chicago 1965, S. 51ff.

Absatzmenge x_{14}. Die Preissenkung bewirkt eine Veränderung der sog. Einkommensgeraden von E^+ zu E_n. Der Übergang von P auf der Indifferenzlinie I_1 zum Punkt Q auf der Indifferenzlinie I_n setzt sich aus einem Einkommens- und einem Substitutionseffekt zusammen.[1]

Dieser Substitutionseffekt kann in zweierlei Form erklärt werden.[2] Er ist einmal als eine Bewegung auf der Isoquante I_1 zu deuten, d.h. als eine Bewegung vom Punkt P zum Punkt S (x_{12}). Jeder Punkt auf der Isoquante I_1 verkörpert das gleiche Realeinkommen. Eine Preisvariation des Gutes 1 führt also bei gleichem Realeinkommen zu einer Absatzmengenänderung für dieses Gut 1 von x_{11} zu x_{12}. Der Einkommenseffekt besteht jetzt in einer Bewegung vom Punkt S (x_{12}) zum Punkt Q (x_{14}). Der Totaleffekt einer Preisänderung ist also hier[3]

$$(x_{14} - x_{11}) = (x_{14} - x_{12}) + (x_{12} - x_{11}) .$$

Dies ist die Interpretation von Hicks.

Eine andere Form der Trennung wird von Slutsky gewählt. Im Punkt P wird x_{11} und x_{21} nachgefragt und das gesamte Einkommen E ausgegeben. Bei einer Preisänderung von p_1 zu $p_1+\Delta p_1$ und konstantem p_2 kann man dieselbe Absatzmenge mit dem Einkommen $E+x_{11}\Delta p_1 = E_2$ erwerben. Einkommen $E+x_{11}\Delta p_1$ und Preise $(p_1+\Delta p_1, p_2)$ können als kompensierte Änderung des Preises der Ausgangssituation angesehen werden. Der Nachfrager kann bei einer Preisänderung aber auch die ursprüngliche Absatzmenge x_{11} und x_{21}

---

1 Vgl. Erich Schneider, Wirtschaftspläne, S. 24; Henry Schultz, The Theory, S. 46.

2 Vgl. Milton Friedman, Price Theory, S. 55.

3 Vgl. J.R. Hicks, A Revision of Demand Theory, Oxford 1956, S. 69f.

erwerben. Das Realeinkommen bleibt also ebenfalls konstant. Indes kann er auch durch den Tangentialpunkt von E_2 und I_2 in R auf eine höhere Indifferenzkurve I_2 gelangen und damit die Menge x_{13} erreichen. Eine solche Interpretation des Substitutionseffektes führt von Punkt P zu Punkt R. Der Einkommenseffekt führt demzufolge von R zu Q. Dies ist die Vorgehensweise von Slutsky. Bei ihm ist der Totaleffekt einer Preisänderung[1]

$$(x_{14} - x_{11}) = (x_{14} - x_{13}) + (x_{13} - x_{11}) .$$

Eine Preisänderung bei konstantem Realeinkommen führt zu einer Kompensationsvariation im Nominaleinkommen. Bei der unterschiedlichen Definition über die Konstanz des Realeinkommens führt nun die Preisvariation des Gutes 1 zu unterschiedlichen Absatzmengen von x_1.

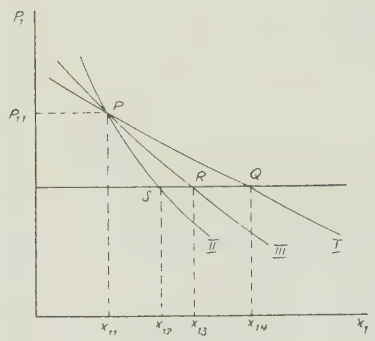
Definiert man das konstante Realeinkommen durch eine Bewegung auf der Isoquante I_1, d.h. deutet man gleichen Nutzenindex in gleiches Realeinkommen um, so führt eine Preisänderung des Gutes 1 zur Absatzmenge x_{12}. Eine Bewegung vom Tangentialpunkt P zum Punkt R führt zu einer höheren Isoquante I_2. Auch hier ist das Realeinkommen geringer als bei der Einkommenslinie E_n. Ein Nachfrager kann zwar die Ausgangsmengen x_{11} und x_{21} nachfragen, jedoch ist es für ihn günstiger, die durch den Punkt R bestimmte Menge x_{13} zu erwerben, das Realeinkommen bleibt hierbei annähernd konstant.[2]

---

1 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 44.

2 Die unterschiedlichen Auffassungen vergleicht: Jacob L. Mosak, On the Interpretation of the Fundamental Equation of Value Theory, in: Studies in Mathematical Economics and Econometrics, in Memory of Henry Schultz, edited by Oskar Lange u.a., Chicago 1942, S. 69-74.

Diese Preisänderungen führen nun zu unterschiedlichen Preis-Absatz-Funktionen.[1]



I Preis-Absatz-Funktion bei konstantem Nominaleinkommen

II Preis-Absatz-Funktion bei konstantem Realeinkommen

III Preis-Absatz-Funktion bei annähernd konstantem Realeinkommen

Abb. 1.2

Die Preis-Absatz-Funktionen (Abb. 1.2) unterliegen der Annahme konstanter Preise aller anderen Güter. Die Preis-Absatz-Funktion I gilt für konstantes Nominaleinkommen. Die Preis-Absatz-Funktionen II und III gelten für konstantes Realeinkommen. Die Preis-Absatz-Funktionen bei konstantem Realeinkommen sind höher als die Preis-Absatz-Funktion bei konstantem Nominaleinkommen für Preise oberhalb p_{11}, sie verlaufen unterhalb dieser Preis-Absatz-Funktion bei Preisen unterhalb von p_{11}.

---

1 Vgl. Martin J. Bailey, The Marshallian Demand Curve, in: JPE, Vol. 62 (1954), S. 255-261, wiederabgedruckt in: Readings in Microeconomics, edited by William Breit and Harold M. Hochman, New York, Chicago, San Francisco, Atlanta, Dallas, Montreal, Toronto, London 1968, S. 115-122, hier S. 116f.

4 Die Eignung der verschiedenen Definitionen der Preis-Absatz-Funktion für die Preistheorie nachfrageverwandter Güter

Die Preis-Absatz-Funktion bei konstantem Nominaleinkommen und die Preis-Absatz-Funktionen bei konstantem Realeinkommen, die aber Preisänderungen bei nicht eng verwandten Gütern gestatten, setzen die Preise der nachfragemäßig verwandten Güter konstant. Diese Preis-Absatz-Funktionen sind in den preistheoretischen Modellen nur dann vertretbar, wenn zwischen den Gütern des betrachteten Unternehmens und sämtlichen anderen Gütern keine oder nur eine vernachlässigbar geringe Nachfrageverwandtschaft besteht.

Diese Vereinfachung kann allerdings zu einem Ergebnis führen, welches ihre Anwendung ausschließt. Die Annahme versagt bei komplementären oder substitutiven Gütern.

Doch scheint die Friedman-Interpretation der Nachfragekurve bei Kompensationsänderungen im Nominaleinkommen geeignet zu sein, die Definition des Nachfrageverbundes zu ermöglichen.[1] Diese Form der Partialanalyse könnte die wichtigsten Interdependenzen zwischen den Gütern erfassen.

Die Interpretation der Preis-Absatz-Funktion bei konstantem Realeinkommen erscheint zusätzlich realitätsnäher zu sein. Bei Preisänderungen eines Gutes werden die Nachfrager bestrebt sein, einen konstanten Lebensstandard zu halten. Es ist wirklichkeitsnäher, die Gesamtausgaben zu ändern und dadurch das Realeinkommen konstant zu halten. "Nachfragefunktionen auf der Grundlage eines konstanten Wohlstandsniveaus ... [erscheinen]

---

1 Vgl. J.R. Hicks, A Revision of Demand Theory, S. 75f., Fußnote 2.

besser geeignet als solche auf der Grundlage eines konstanten Budgets."[1]

II Die Definition des Nachfrageverbundes

1 Das Problem der Definition des Nachfrageverbundes

Will der Unternehmer die Absatzpreise mehrerer seiner Güter als Einflußgrößen des Absatzes eines seiner Güter berücksichtigen, so muß die Preis-Absatz-Funktion die Änderung des Preises eines Gutes auf die Nachfrage des betrachteten Gutes erfassen. Für eine Preistheorie bei Nachfrageverbund ist deshalb eine verifizierbare Definition der Nachfrageverwandtschaft erforderlich.

Da die Güter um die Gesamtausgabensumme der Nachfrager konkurrieren, setzt die Analyse der Auswirkungen einer Preisänderung eines Gutes auf die Nachfrage nach dem anderen Gut eine Eliminierung des Einkommenseffektes voraus.[2] Eine Preisänderung führt somit zu einer Veränderung des Realeinkommens und somit zu einer Veränderung der Nachfrage nach sämtlichen Gütern. Dieser Einkommenseffekt besteht unabhängig von der Nachfrageverwandtschaft.

Zur Bestimmung der gesamten Absatzmengenänderung des Gutes i aufgrund einer Preisänderung des Gutes j muß der direkte Effekt und der Einkommenseffekt ermittelbar sein. Nur dieser direkte Effekt einer Preisänderung ist für die Definition der Nachfrageverwandtschaft heranzuziehen.

---

1 Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 595.
2 Vgl. ebenda, S. 599.

Für die Definition der Substitutionalität und Komplementarität geht die Literatur einmal direkt von den Beziehungen zwischen den Gütern aus. Dabei verwendet man die Nutzenvorstellungen der Nachfrager. Eine andere Möglichkeit besteht darin, aus dem Gesamteffekt der Preisänderung eines Gutes den Einkommenseffekt zu eliminieren.

Diese Definitionen der Nachfrageverwandtschaft sollen im folgenden dargestellt und auf ihre Eignung für eine Preistheorie bei verbundener Nachfrage überprüft werden. Dabei ist zu untersuchen, inwieweit in der Theorie der Unternehmung die Eliminierung des Einkommenseffektes für die Definition der Substitutionalität oder Komplementarität erforderlich ist.

2 Die klassische Definition nachfrageverbundener und nachfrageunabhängiger Güter von Edgeworth und Pareto

Die klassische Definition komplementärer und substitutiver Güter geht von der Nutzenvorstellung der Nachfrager aus. Der Nutzen einer Güterkombination ist eine Größe, die umso höhere Indexwerte annimmt, je begehrenswerter sie dem Subjekt erscheint.[1] Die Kombination der Konsumgüter 1 und 2 läßt sich durch eine Nutzenfunktion beschreiben. Diese Nutzenfunktion möge lauten:

$$(1.2) \quad U = U(x_1, x_2) \; .$$

---

1 Vgl. Eugen E. Slutsky, Sulla teoria del bilancio del consumatore; in: Giornale degli Economisti, Vol. 51 (1915), S. 1-26; zitiert nach der Übersetzung "Zur Theorie des Verbraucherbudgets", in: Alfred Eugen Ott (Hrsg.), Preistheorie, Köln-Berlin 1965, S. 87-116, hier S. 88.

Die Theorie des Verbraucherbudgets geht nun von den Annahmen aus, daß die Nutzenfunktion und ihre Ableitungen stetig und differenzierbar sind, daß der Charakter der Nutzenfunktion sich in dem zu untersuchenden Zeitraum nicht verändert und daß eine Steigerung des Nutzens von einer Güterkombination zur anderen unabhängig von der Art des Übergangs ist.[1]

Der Grenznutzen der obigen Funktion ist durch $\frac{\delta U}{\delta x_1}$ definiert. Die Steigung dieses partiellen Grenznutzens - die Menge x_2 wird also nicht verändert - dient zur Definition der Nachfrageverbundenheit. Nach der klassichen Definition[2] sind die Güter 1 und 2 dann nachfrageunabhängig, wenn die partiellen Ableitungen 2. Ordnung[3]

$$(1.3a) \qquad \frac{\delta^2 U}{\delta x_1 \delta x_2} = \frac{\delta^2 U}{\delta x_2 \delta x_1}$$

gleich null sind. Die Güter sind nachfrageverbunden, wenn die Ableitung verschieden von null ist. Sie werden als komplementär bezeichnet, wenn

---

1 Vgl. Eugen E. Slutsky, Zur Theorie des Verbraucherbudgets, S. 89.

2 Vgl. dazu F.Y. Edgeworth, The Pure Theory, S. 117, Fußnote 1; ders., On Some Theories Due to Pareto, Zawadski, W.E. Johnson and Others, in: Papers Relating to Political Economy, Vol. II, S. 450-491, hier S. 464ff. sowie Vilfredo Pareto, Manuel d'économie politique. Traduit sur l'édition italienne par Alfred Bonnet. Deuxième édition, Paris 1927, S. 576 als auch Henry Schultz, The Theory, S. 572-576.

3 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 572; Zur Unabhängigkeit partieller Ableitungen höherer Ordnung von der Reihenfolge der Differentiation vgl. H.v. Mangold's Einführung in die höhere Mathematik, neu herausgegeben und erweitert von Konrad Knopp, Zweiter Band, 12. Aufl., Stuttgart 1965, S. 329-335.

(1.3b) $$\frac{\delta^2 U}{\delta x_1 \delta x_2} > 0 \ ,$$

und substitutional, wenn

(1.3c) $$\frac{\delta^2 U}{\delta x_1 \delta x_2} < 0 \quad \text{ist.}$$

Diese Definition läßt sich wie folgt ökonomisch interpretieren:[1] Zwei Güter sind nachfrageunabhängig, wenn der Grenznutzen eines Gutes unabhängig davon ist, wieviel Einheiten des anderen Gutes das Individuum besitzt. Zwei Güter sind substitutional, wenn der Grenznutzen eines Gutes mit zunehmender Menge des anderen Gutes abnimmt, und sind komplementär, wenn der Grenznutzen eines Gutes mit zunehmender Menge des anderen Gutes zunimmt.

Für preistheoretische Zwecke ist es jedoch von untergeordneter Bedeutung, ob zwei Güter für einen einzelnen Haushalt nachfrageverwandt oder nachfrageunabhängig sind. Es interessiert vielmehr, wie die Gesamtheit der Nachfragerdie Güter einschätzt. Um hier zu Aussagen zu gelangen, definiert Edgeworth eine Gesamtnutzenfunktion aller Nachfrager, die er durch Addition der individuellen Nachfragefunktionen erhält. Die Komplementarität, Unabhängigkeit und Substitutionalität der Güter in bezug auf die Gesamtnachfrage kann dann gemäß den Vorzeichen der partiellen Ableitung zweiter Ordnung der Gesamtnutzenfunktion definiert werden.

Es sei aber zunächst untersucht, wie die Nachfrageverwandtschaft von Gütern in den Nachfragefunktionen zum Ausdruck kommt. Deshalb sei von einem einzelnen Haushalt ausgegangen.

Stent diesem Haushalt ein bestimmter Geldbetrag C zu

---

1 Vgl. F.Y. Edgeworth, The Pure Theory, S. 117, Fußnote 1.

Konsumzwecken zur Verfügung und sucht er seinen Nutzen zu maximieren, so wird er die von ihm begehrten n Güter in den Mengen erwerben, daß die Differenz

$$(1.4) \quad U(x_1,\ldots,x_n) - m \left(\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot x_i - C\right)$$

ein Maximum wird. Kann der Haushalt durch seine Nachfrage die Preise nicht beeinflussen, so liegt ein Maximum vor, wenn

$$(1.5) \quad \frac{\delta U}{\delta x_i} = m\, p_i \qquad (i=1,\ldots,n)$$

erfüllt ist.[1] Der Grenznutzen eines jeden Gutes ist proportional dem Preis dieses Gutes, und zwar ist der Proportionalitätsfaktor, der Grenznutzen des Geldes, für jedes Gut der gleiche. Der Haushalt wird also sein Budget C so auf die Güter verteilen, daß eine infinitesimale Erhöhung von C gleichen Nutzenzuwachs erbringt.

Wie Schultz und Hicks gezeigt haben,[2] ist die Bedingung

$$(1.5) \quad \frac{\delta U}{\delta x_i} = m\, p_i$$

auch dann ermittelbar, wenn man lediglich von Nutzenindexfunktionen ausgeht, also annimmt, daß zwar verschiedene Nutzenniveaus, aber nicht Differenzen zwischen Nutzenniveaus vergleichbar sind, also eine ordinale Nutzenmessung vorliegt.[3]

---

1 Vgl. in diesem Zusammenhang Ragnar Frisch, New Methods of Measuring Marginal Utility, Tübingen 1932, S. 8-15; sowie J.R. Hicks, Value and Capital, 2nd edition, Oxford 1946, reprinted 1961, S. 305.

2 Henry Schultz, The Theory, S. 13-18 und S. 34-37 sowie J.R. Hicks, Value and Capital, S. 306f.

3 Vgl. zur ordinalen Nutzenmessung z.B. Gérard Gäfgen, Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung; Untersuchungen zur Logik und ökonomischen Bedeutung des rationalen Handelns, Tübingen 1963, S. 150-154.

Will man nun Aussagen über Marktnachfragekurven treffen, so muß man sich auf die Gesamtheit der Nachfrager beziehen, es ist eine Nutzenfunktion der Gesamtnachfrage zu definieren. Nimmt man an, daß eine Gesamtnutzenfunktion bestimmbar ist, so gilt die Relation $\frac{\delta U}{\delta x_i} = m\, p_i$ auch auf die Gesamtnachfrage bezogen. Der Grenznutzen des einzelnen Haushalts wird durch den Grenznutzen der gesamten Nachfrage ersetzt.

Die Marktnachfragefunktionen der n Güter seien von der Form

$$(1.6a) \qquad x_i = f_i(p_i,\ldots,p_n) \;, \quad (i=1,\ldots,n) \;.$$

Die Nachfragemengen sind also Funktionen sämtlicher Preise dieser Güter. Es möge weiterhin unterstellt sein, daß die Funktionen umkehrbar sind. Man erhält dann

$$(1.6b) \qquad p_i = f_i(x_1,\ldots,x_n) \;, \quad (i=1,\ldots,n) \;.$$

Die insgesamt nachgefragten Mengen $x_1,\ldots,x_n$ beeinflussen jeweils die Preise $p_1,\ldots,p_n$. Dies ist unabhängig davon, ob der einzelne Nachfrager die Güterpreise als von seiner Nachfrage unabhängig betrachten muß. Somit sind die partiellen Ableitungen $\frac{\delta p_i}{\delta x_j}$ $(i,j=1,\ldots,n,\ i\neq j)$ sinnvoll.

Eine Differentiation des Grenznutzens $\frac{\delta U}{\delta x_i} = m\, p_i$ nach x_j ergibt

$$(1.7a) \qquad \frac{\delta^2 U}{\delta x_i \delta x_j} = m\frac{\delta p_i}{\delta x_j} + p_i\frac{\delta m}{\delta x_j} \;.$$

Bleibt der Grenznutzen des Geldes m für kleine Änderungen von x_j konstant, so wird $\frac{\delta m}{\delta x_j} = 0$ und es

gilt[1]

$$(1.7b) \quad \frac{\delta^2 U}{\delta x_i \delta x_j} = m \frac{\delta p_i}{\delta x_j} .$$

Hierbei ist m stets positiv. Die Güter i und j sind in der Nachfrage komplementär, unabhängig oder substitutional, je nachdem, ob

$\frac{\delta p_i}{\delta x_j}$ positiv, null oder negativ ist.

3 Die Auswirkungen des Einkommenseffektes auf den Nachfrageverbund: Definition absatzverwandter Güter bei mindestens drei Gütern

Die Theorie von Edgeworth und Pareto geht direkt von der Beziehung zwischen den Gütern aus. Dabei wird die Nutzenvorstellung der Nachfrager als Grundlage angesehen. Eine andere Möglichkeit besteht darin, vom Gesamteffekt einer Preisänderung eines Gutes auf den Absatz eines anderen Gutes auszugehen und zu versuchen, den Einkommenseffekt zu beachten.[2]

Hicks und Allen definieren Komplementarität und Substitutionalität mit Hilfe der Grenzrate der Substitution. Sie gehen davon aus, daß der Gesamtnutzen quantitativ nicht definiert werden kann und damit natürlich auch nicht der Grenznutzen.[3] Ihre Überlegungen bauen deshalb - bei Vorliegen eines Systems

---

1 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 575f.

2 Vgl. ebenda, S. 605-654.

3 Vgl. John R. Hicks und Roy G.D. Allen, A Reconsideration of the Theory of Value, in: Economica, New Series, Vol. I (1934), Part I, S. 52-76, Part II, S. 196-219, zitiert nach der Übersetzung; Eine erneute Behandlung der Werttheorie, in: Alfred Eugen Ott (Hrsg.), Preistheorie, Köln-Berlin 1965, Teil I, S. 117-137, Teil II, S. 137-161.

von Indifferenzkurven der Form

$$(1.8) \quad \varphi(x_1, x_2) = \text{const} -$$

auf der Grenzrate der Substitution

$$(1.9) \quad R^{x_1}_{x_2} = - \frac{dx_2}{dx_1}$$

als Verhältnis der Grenznutzen zweier Güter auf. Zum anderen ersetzen sie das Prinzip des abnehmenden Grenznutzens durch die Grenzrate der Substitution. Dabei ist das Verhältnis der Grenznutzen der Güter 1 und 2 unabhängig von der Form der jeweiligen Nutzenfunktion.[1] Zudem läßt sich das Prinzip des abnehmenden Grenznutzens durch die zunehmende Grenzrate der Substitution beschreiben,[2] der Annahme, daß es stets schwieriger wird, x_2 für x_1 zu substituieren. Mit Hilfe dieser Größen läßt sich der für die erforderliche Definition grundlegende Begriff der Elastizität der Substitution definieren:[3]

$$(1.10) \quad \sigma = \frac{d\left(\frac{x_1}{x_2}\right)}{\frac{x_1}{x_2}} : \frac{d\, R^{x_2}_{x_1}}{R^{x_2}_{x_1}} .$$

---

1 Vgl. R.G.D. Allen, Mathematik für Volks- und Betriebswirte, Berlin 1956, S. 358.

2 Vgl. John R. Hicks und Roy G.D. Allen, Eine erneute Betrachtung, Teil I, S. 121; Teil II, S. 139.

3 Vgl. zum Begriff der Substitutionselastizität z.B. Wilhelm Krelle, Produktionstheorie, Teil I der Preistheorie 2. Aufl., Tübingen 1969, S. 104; R.G.D. Allen, Mathematik, S. 355; John R. Hicks, Theory of Wages, London 1932, S. 117 und S. 245; A.C. Pigou, The Elasticity of Substitution, in: EJ, Vol. 44 (1934), S. 232-241, hier S. 232; A.P. Lerner, Notes on Elasticity of Substitution, II, The Diagrammatical Representation, in: RES, Vol. I (1933/34), S. 68-71, hier S. 68.

Diese Substitutionselastizität ist ein Maß der Krümmung der Indifferenzkurve in jedem Punkt. Sie hat den Wert Null bei rechtwinkliger Gestalt der Indifferenzkurve und ist sehr groß, wenn die Kurve flach verläuft, d.h. es liegen vollkommene Substitute vor.

Nun charakterisiert die Substitutionselastizität nur eine Veränderung auf der Indifferenzkurve.[1] Eine Veränderung der Marktbedingungen führt indes zu einem Übergang auf eine andere Indifferenzkurve. Dieser Übergang auf eine andere Indifferenzlinie kann einmal bedingt sein durch eine Veränderung der Gesamtausgaben bei unveränderlichen Preisen, zum anderen kann dieser Übergang seine Ursache haben in der Veränderung eines Preises. Die Nachfrage nach einem Gut ist nun durch den Preis des Gutes, die Preise der anderen Güter und durch die Höhe des Einkommens veränderbar. Die Abhängigkeit von einer ihrer Variablen läßt sich durch Elastizitäten messen, z.B. durch die Einkommenselastizität $\eta_{x_1,E}$. Mit Hilfe der Substitutionselastizität und der Einkommenselastizität lassen sich die Eigenschaften eines Indifferenzkurvensystems beschreiben.[2]

Eine Veränderung des Preises des Gutes 1 bei konstantem Preis des Gutes 2 und konstantem Einkommen führt wegen der unterstellten Konvexität der Indifferenzkurven bei jeder Indifferenzkurve zu einem Tangentialpunkt mit der Ausgabengeraden.[3]

Bei Rückgang des Preises des Gutes 1 tritt eine Nachfragesteigerung nach diesem Gut ein. Diese Nachfrage-

---

1 Vgl. z.B. Wolfgang Lücke, Produktions- und Kostentheorie, Würzburg-Wien 1969, S. 34.

2 Vgl. John R. Hicks und Roy G.D. Allen, Eine erneute Betrachtung, Teil I, S. 126.

3 Vgl. die Abbildung auf S. 41.

steigerung resultiert einmal aus einer durch die Preissenkung bedingten Erhöhung des Realeinkommens und zum anderen aus der Möglichkeit der Substitution des Gutes 2 durch das Gut 1. Die Preisänderung des Gutes 1 berührt also die Nachfrage nach dem Gut 1 und nach dem Gut 2. Sie beruht auf einer Einkommens- und Substitutionswirkung.[1]

Bei einem vorgegebenen Nominaleinkommen E für die Güter 1 und 2 und gegebenen Marktpreisen p_1 und p_2 ergibt sich bei der Ausgabengeraden

$$(1.11) \quad x_1 p_1 + x_2 p_2 = E$$

und der Gleichgewichtsbedingung

$$(1.12) \quad R_{x_1}^{x_2} = \frac{p_2}{p_1} = - \frac{dx_1}{dx_2}$$

stets als Lösung die individuelle Nachfragefunktion.[2] Wenn man diese beiden Gleichungen partiell nach p_1 differenziert, und beachtet, daß die Preiselastizität der Nachfrage definiert ist als

$$(1.13) \quad \eta_{x_1,p_1} = - \frac{p_1}{x_1} \cdot \frac{\delta x_1}{\delta p_1}$$

und

$$(1.14) \quad \eta_{x_1,p_2} = - \frac{p_2}{x_1} \cdot \frac{\delta x_1}{\delta p_2} ,$$

so ergibt sich[3]

---

1 Vgl. John R. Hicks, Value and Capital, S. 48.

2 Vgl. z.B. Sidney Weintraub, Price Theory, S. 16; Erich Schneider, Wirtschaftspläne, S. 21f.

3 Zur Ableitung vgl. John R. Hicks und Roy G.D. Allen, Eine erneute Betrachtung, Teil II, S. 142.

(1.15) $\eta_{x_1,p_1} = \varkappa_{x_1} \eta_{x_1,E} + (1-\varkappa_{x_1})\sigma$

und

(1.16) $\eta_{x_1,p_2} = \varkappa_{x_1} \eta_{x_1,E} - \varkappa_{x_1}\sigma$.

Diese Gleichung[1] besagt, daß die Preiselastizität der Nachfrage nach x_1 = $\varkappa_{x_1}$. Einkommenselastizität der Nachfrage nach x_1 + $(1-\varkappa_{x_1})$. Substitutionselastizität zwischen x_1 und x_2. Hierbei ist $\varkappa_{x_1} = \frac{x_1 p_1}{E}$, d.h. der Anteil des Einkommens, der für x_1 verwendet wird.

Aus diesem Ergebnis für nur zwei Güter lassen sich folgende Schlußfolgerungen ziehen: Eine Preissenkung des Gutes 1 führt unter der Annahme nicht inferiorer Güter - bedingt durch die Realeinkommenserhöhung - zu einem Nachfrageanstieg. Zusätzlich tritt eine Nachfrageänderung dadurch ein, daß das Gut 2 nun verhältnismäßig teuer wird, so daß das Gut 2 durch das Gut 1 substituiert wird. Dies besagt, daß zwei Güter stets dann als Substitute (konkurrierende Güter) angesehen werden müssen, wenn nur diese beiden Güter betrachtet werden.[2] Sie sind einfach über die Einkommenswirkung Substitute.

Aus dieser Wirkung über die Veränderung des Realeinkommens schließen nun Hicks und Allen, daß ein Gut nur dann die Eigenschaft der Komplementarität besitzen kann, wenn mindestens die Nachfragemengen von drei Gütern (x_1,x_2,x_3) betrachtet werden. Die abgeleitete Formel für den Zwei-Güter-Fall läßt sich ohne weiteres übertragen.

---

1 Vgl. John R. Hicks und Roy G.D. Allen, Eine erneute Betrachtung, Teil I, S. 127, Teil II, S. 142.

2 Vgl. ebenda, Teil I, S. 129, Teil II, S. 143ff.

Als Kriterium für Komplementarität oder Substitutionalität ist die Veränderung der Grenzrate der Substitution von x_2 und x_3 anzusehen, die sich aus einer marginalen Substitution von x_3 und x_1 ergibt.[1] Es wird jetzt nicht mehr die Substitutionselastizität zwischen x_1 und x_2, sondern zwischen x_1 und den Mengen aller anderen Güter betrachtet. Bei einer Preisänderung des Gutes 1 und damit einer Nachfrageänderung des Gutes 1 und konstanten Preisen der Güter 2 und 3 kann es zwischen den Gütern 2 und 3 zu einer Substitution kommen. Es ist also zu fragen, wie die Preisänderung des Gutes 1 auf die Nachfrage nach dem Gut 2 sich auswirkt. Bei sinkenden Preisen des Gutes 1 wird, bedingt durch die Realeinkommensänderung, eine Nachfrageerhöhung des Gutes 1 eintreten. Die Nachfrageänderung, die sich aus der Substitution von x_2 und x_3 durch x_1 ergibt, ist abhängig davon, wie diese beiden Güter sich zueinander verhalten.

Wenn die Güter 2 und 3 in fast gleichem Ausmaß vom Gut 1 verdrängt werden, dann konkurrieren x_2 mit x_1 gegen x_3. Es liegt also eine Konkurrenzbeziehung der Güter 2 und 1 gegenüber dem dritten Gut vor. Ist hingegen die Nachfrageerhöhung von Gut 1 gleichzeitig verbunden mit einer Substitution von Gut 3 durch Gut 2, so tritt mit einer Erhöhung von x_1 ebenfalls eine Nachfrageerhöhung von x_2 bei einer besonders starken Senkung der Nachfrage x_3 ein. Dies bedeutet, daß Gut 1 und Gut 2 im Hinblick auf das dritte Gut komplementär sind. Eine Komplementarität aller drei Güter ist hingegen unmöglich, es muß stets ein konkurrierendes Gut geben.[2]

---

1 Vgl. John R. Hicks und Roy G.D. Allen, Eine erneute Betrachtung, Teil I, S. 131.

2 Vgl. ebenda, Teil I, S. 129.

4 Die Unterschiede zwischen dem Ergebnis der klassischen Definition des Nachfrageverbundes und dem von Hicks und Allen

Der Unterschied zwischen dem Ergebnis der klassischen Definition des Nachfrageverbundes von Edgeworth und dem des Ansatzes von Hicks und Allen läßt sich am besten durch ein Beispiel veranschaulichen.[1] Eine beträchtliche Senkung des Preises für Rindfleisch möge zu einer beachtlichen Steigerung des Verbrauches für Rindfleisch und auch für Schweinefleisch führen. Der durch die Preisänderung hervorgerufene Einkommenseffekt gleicht den an sich entgegengesetzten Substitutionseffekt einer relativen Preissteigerung des Schweinepreises beträchtlich aus. Die Kreuzpreiselastizität ist negativ. Dies bedeutet, daß nach der Klassifikation von Edgeworth komplementäre Güter vorliegen.[2] Indes: Dieses Ergebnis ist auf die gewichtige Realeinkommensänderung zurückzuführen.

Da nach Hicks-Allen[3] bei nur zwei Gütern stets nur Substitution vorliegt, kann Komplementarität nur bei mindestens drei Gütern auftreten.

---

1 Vgl. C.E. Ferguson, Microeconomic Theory, Homewood, Illinois, 1966, S. 57.

2 Edgeworth verwendet eigentlich als Klassifikation des Nachfrageverbundes die erste Ableitung der Preise p_i nach der Menge x_j, also $\frac{\delta p_i}{\delta x_j}$. Da bei Edgeworth angenommen wird, daß die Nachfragefunktion umkehrbar ist, kann als Klassifikation auch die Ableitung $\frac{\delta x_j}{\delta p_i}$ herangezogen werden. Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 576. Hierbei gibt $\frac{\delta x_j}{\delta p_i}$ das Vorzeichen der Kreuzpreiselastizität wieder.

3 Vgl. John R. Hicks und Roy G.D. Allen, Eine erneute Betrachtung, Teil I, S. 129, Teil II, S. 143ff.

Die Auswirkungen dieser Definition lassen sich graphisch veranschaulichen. Die Präferenzfunktion läßt sich bei drei Gütern als Fläche darstellen.[1] Dabei möge x_1 die Menge des Rindfleisches und x_2 die Menge des Schweinefleisches angeben. Alle anderen Güter sind zu einem dritten Gut mit der Menge x_3 zusammengefaßt.

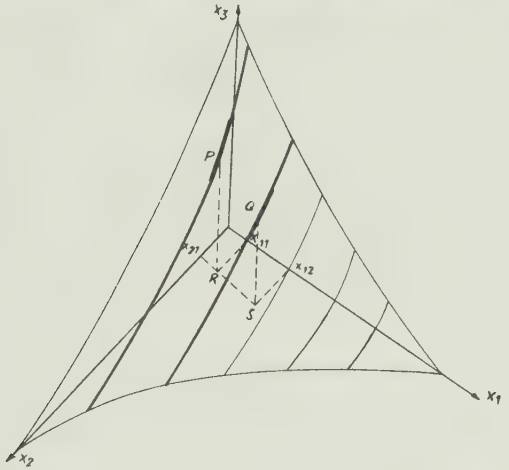


Abb. 1.3

Der Konsument möge sich in der Ausgangssituation P befinden. Dabei werden die Gütermengen Ox_{11}, Ox_{21} und RP nachgefragt. Die Steigung im Punkt P gibt die Grenzrate der Substitution von x_2 durch x_3 an. Wenn jetzt durch eine Preissenkung des Gutes 1 die Nachfragemenge x_1 zunimmt, und gleichzeitig der Konsument auf der Präferenzfunktion verbleibt, also x_3 durch x_1 substituiert wird, und damit zusätzlich die Grenzrate der Substitution von x_2 durch x_3 im neuen Punkt abnimmt,

---

1 Zur graphischen Darstellung vgl. C.E. Ferguson, Microeconomic Theory, S. 58f. und ders., Substitution Effect in Value Theory: A Pedagogical Note, in: SEJ, Vol. XXVI (1960), S. 310-314.

so bedeutet diese Nachfrageänderung, daß bei einer höheren Absatzmenge des Gutes 1 weniger von x_3 benötigt wird, um x_2 zu substituieren. Da der Preis des Gutes 2 nicht geändert wird, entspricht im Punkt Q die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 3 nicht mehr dem konstanten Preisverhältnis der Güter 2 und 3. Aus diesem Grunde muß, um dieses Preisverhältnis zu erhalten, das Gut 2 durch das Gut 3 bzw. eventuell durch das Gut 1 substituiert werden.[1] Die Güter 2 und 1 sind also Substitute.

Führt hingegen die mit der Preissenkung des Gutes 1 verbundene Nachfragesteigerung des Gutes 1 zu einer Erhöhung der Grenzrate der Substitution von x_3 durch x_2 im Punkt Q, so sind die Güter 1 und 2 komplementär. Denn da der Preis von Gut 2 und auch die Preisrelation der Güter 2 und 3 konstant ist, ist x_2 gegen x_3 zu substituieren, um eine Gleichheit von der Grenzrate der Substitution und der Preisrelation zu erhalten. Damit steigt die Nachfrage nach dem Gut 2.

Die Definition für komplementäre und substitutive Güter von Hicks-Allen setzt mindestens drei Güter voraus. Sie stellt aber direkt auf die Wirkungen der Realeinkommensänderung ab. Mit dieser Definition lassen sich keine Preis-Absatz-Funktionen für verbundene Güter aufstellen.[2] Eine Definition, die diesem Erfordernis genügen soll, müßte den Einkommenseffekt eliminieren.

---

1 Vgl. C.E. Ferguson, Microeconomic Theory, S. 59.

2 Vgl. S. Ichimura, A Critical Note on the Definition of Related Goods, in: RES, Vol. XVIII (1950/51), S. 179-183, hier S. 179.

5 Die Definition der Nachfrageverwandtschaft durch Eliminierung des Einkommenseffektes

Slutskys[1] Ableitung der Abhängigkeit der Nachfrage nach einem Gut von dem Preis eines anderen Gutes und die Interpretation durch Schultz[2] scheint die vorherrschende Definition der Nachfrageverwandtschaft zu sein.[3]

Die Nachfrage eines Gutes 1 möge abhängig sein von den Preisen p_1, p_2 und vom Einkommen E. Die Nachfragefunktion ist somit $x_1 = x_1(p_1,p_2,E)$. Slutsky untersucht die Abhängigkeit der Nachfrage des Gutes 1 bei konstantem Preis dieses Gutes und Preisvariationen des anderen Gutes, gleichzeitig wird aber eine Einkommensvariation durch die Preisänderung insoweit kompensiert, daß die gleiche Nutzenhöhe wie vor der Preisvariation erreicht wird.

Da der Preis p_1 unverändert bleibt, gilt die Nachfragefunktion[4]

$$(1.17) \quad x_1 = x_1(p_2,E) \; .$$

Das totale Differential dieser Nachfragefunktion ist

$$dx_1 = \frac{\delta x_1}{\delta p_2} dp_2 + \frac{\delta x_1}{\delta E} dE$$

---

1 Vgl. Eugen E. Slutsky, Zur Theorie des Verbraucherbudgets, S. 87-116.

2 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 622.

3 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 600.

4 Zur Ableitung der Slutsky-Gleichung vgl. Eugen E. Slutsky, Zur Theorie des Verbraucherbudgets, S. 93ff.; James M. Henderson, Richard E. Quandt, Mikroökonomische Theorie, Eine mathematische Darstellung, aus dem Amerikanischen übersetzt von Dr. Werner Meißner, Berlin und Frankfurt a.M. 1967, S. 26ff.

bzw.

$$(1.18) \qquad \frac{dx_1}{dp_2} = \frac{\delta x_1}{\delta p_2} + \frac{\delta x_1}{\delta E}\frac{dE}{dp_2} .$$

Die Nachfrageänderung aufgrund der Preisänderung des Gutes 2 soll durch eine Einkommensänderung in einer solchen Höhe kompensiert werden, daß der Nutzen $U = U(x_1,x_2)$ unverändert bleibt, also der Lebensstandard sich nicht ändert.

Die Nutzenfunktion hat das folgende totale Differential

$$(1.19) \qquad dU = \frac{\delta U}{\delta x_1}dx_1 + \frac{\delta U}{\delta x_2}dx_2 = 0 .$$

Im Nutzenoptimum gilt bei konstantem Einkommen $(E = p_1x_1+p_2x_2)$ die Lagrange'sche Funktion

$$(1.20) \qquad L = U(x_1x_2) - \lambda (E - p_1x_1 - p_2x_2) .$$

Hieraus ergibt sich die partielle Ableitung

$$\frac{\delta L}{\delta x_i} = 0 = \frac{\delta U}{\delta x_i} - \lambda p_i \qquad (i=1,2)$$

bzw.

$$(1.21) \qquad \frac{\delta U}{\delta x_i} = \lambda p_i .$$

Unter Beachtung dieser Bedingung ist jetzt Gleichung

$$(1.19) \qquad dU = \lambda p_1dx_1 + \lambda p_2dx_2 .$$

Es ist $dU = 0$, somit folgt aus der vorhergehenden Gleichung

$$(1.22) \qquad p_1dx_1 + p_2dx_2 = 0 .$$

Da die Absatzmengen x_1 und x_2 vom Preise p_2 abhängig

sind, ergibt eine Differentiation der Einkommensgleichung

$$(1.23) \qquad \frac{dE}{dp_2} = p_1\frac{dx_1}{dp_2} + p_2\frac{dx_2}{dp_2} + x_2$$

bzw., da die Gleichung (1.22) gilt ,

$$\frac{dE}{dp_2} = \frac{p_1dx_1 + p_2dx_2}{dp_2} + x_2 = x_2 .$$

Setzt man diesen Ausdruck in (1.18) ein, so ergibt sich

$$(1.24) \qquad \left(\frac{dx_1}{dp_2}\right)_{u=const} = \frac{\delta x_1}{\delta p_2} + x_2\frac{\delta x_1}{\delta E} = s_{ij} .$$

Wie Slutsky nachweist,[1] impliziert die Gleichheit

$$(1.3a) \qquad \frac{\delta^2 U}{\delta x_i \delta x_j} = \frac{\delta^2 U}{\delta x_j \delta x_i}$$

die Gleichheit von $s_{ij} = s_{ji}$. Somit ergibt sich

$$\frac{\delta x_1}{\delta p_2} + x_2\frac{\delta x_1}{\delta E} = \frac{\delta x_2}{\delta p_1} + x_1\frac{\delta x_2}{\delta E}$$

bzw.

$$(1.25) \qquad \frac{\delta x_1}{\delta p_2} - \left[- x_2\frac{\delta x_1}{\delta E}\right] = \frac{\delta x_2}{\delta p_1} - \left[- x_1\frac{\delta x_2}{\delta E}\right] .$$

Dies ist die generelle, von Slutsky[2] aufgestellte Bedingung, der die Nachfragekurven für verbundene Güter genügen müssen. In dieser Fundamentalgleichung stellt der Term $\frac{dx_1}{dp_2}$ den direkten Effekt der Veränderung der

---

1 Vgl. Eugen E. Slutsky, Zur Theorie des Verbraucherbudgets, S. 90.

2 Vgl. Eugen E. Slutsky, Zur Theorie des Verbraucherbudgets, S. 103; vgl. auch James M. Henderson, Richard E. Quandt, Mikroökonomische Theorie, S. 32f.; Henry Schultz, The Theory, S. 621.

Nachfrage von Gut 1 bei infinitesimaler Preisänderung des Gutes 2 dar. Dieser Effekt ist aus zwei Teilen zusammengesetzt:

(1) einem gesamten Effekt,[1] der die Änderung der Nachfrage des Gutes 1 in Abhängigkeit vom Preis p_2 angibt, und

(2) einem indirekten Effekt, der durch Änderung des Realeinkommens die Änderung des Preises zur Folge hat.[2]

Diese Slutsky-Gleichung[3] besagt nun, daß die gesamte Nachfrageänderung des Gutes 1 bedingt durch eine infinitesimale Preisvariation des Gutes 2 verringert um den Einkommenseffekt der Preisänderung des Gutes 2 gleich sein muß der Nachfrageänderung des Gutes 2 bedingt durch eine infinitesimale Preisvariation des Gutes 1 verringert um den Einkommenseffekt der Preisvariation des Gutes 1.

Der Einkommenseffekt einer Preisvariation entsteht wie folgt: Eine Preiserhöhung des Gutes 2 bei konstantem Preis p_1 verringert das Realeinkommen des Haushalts. Das Einkommen müßte, damit gleiche Gütermengen wie vor der Preisvariation gekauft werden können, um den Betrag der ursprünglichen Menge x_2 mal der Preisänderung, also um $x_2 \delta p_2$, erhöht werden. Es wirkt aber auch die durch

---

1 Zum direkten Effekt vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 40-46.

2 Vgl. ebenda, S. 622.

3 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 620f.; R. Henn, O. Opitz, Konsum- und Produktionstheorie I, Berlin, Heidelberg, New York 1970, S. 97; Herman Wold, Lars Juréen, Demand Analysis, A Study in Econometrics, New York, Stockholm, 1953, S. 103f.

δp_2 bedingte Realeinkommensveränderung auf die Nachfrage nach Gut 1. Die marginale Änderung der Nachfrage nach Gut 1 aufgrund der Einkommensänderung ist $-\frac{\delta x_1}{\delta E}$. Diese Veränderung ist auf die Preisänderung zu beziehen: $-\frac{\delta x_1}{\delta E}/\delta p_2$. Die effektive Veränderung des Gutes 1 durch die gesamte Einkommensänderung in Höhe von $x_2\delta p_2$ ist somit das Produkt

$$(1.26) \qquad -\frac{\delta x_1}{\frac{\delta E}{\delta p_2}} \cdot x_2\delta p_2 = -x_2\frac{\delta x_1}{\delta E} .$$

Die Größe $-x_2\frac{\delta x_1}{\delta E}$ stellt somit den gesamten Einkommenseffekt der Preisänderung des Gutes 2 auf die Nachfragemenge x_1 dar. Dieser Effekt wird von Schultz als indirekter Effekt bezeichnet.[1]

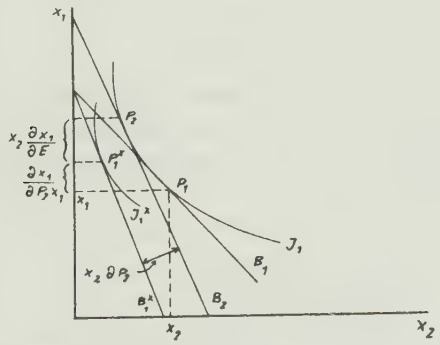


Abb. 1.4

Mit Hilfe einer geometrischen Darstellung (Abb. 1.4) läßt sich diese Wirkung in der Slutsky-Gleichung

1 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 40-46, S. 622f.

verdeutlichen.[1] Die Preiserhöhung um δp_2 dreht die ursprüngliche Bilanzgerade B_1, die in P_1 mit der Indifferenzlinie I_1 die Gütermengen x_1 und x_2 festlegt, nach B_1^+. Damit ergibt sich ein neuer Tangentialpunkt zwischen B_1^+ und I_1^+ im Punkt P_1^+ und somit die Wirkung der Nachfrageveränderung nach dem Gut 1 mit $\frac{\delta x_1}{\delta p_2}$, dies ist der erste Summand in der Slutsky-Bedingung. Die Niveauverschlechterung durch die Verringerung des Realeinkommens wird durch die Einkommenserhöhung $\delta E = \delta p_2 x_2$ kompensiert.[2] D.h. die Bilanzgerade B_1^+ wird um diese Größe parallel nach B_2^+ verschoben. Sie tangiert damit die ursprüngliche Indifferenzlinie I_1 in P_2. Dadurch ist die erneute Nachfrageverschiebung von x_1 durch den zweiten Summanden $x_2 \frac{\delta x_1}{\delta E}$ wiedergegeben.

Die Differenz zwischen dem Gesamteffekt der Nachfrageänderung und dem indirekten Einkommenseffekt mißt den "direkten Effekt" der Nachfrageänderung des Gutes 1 bei der Nachfrageänderung des Gutes 2.[3] Aus der Gleichung Slutskys (1.25) leitet nun Henry Schultz, da Slutsky keine Aussage über eine Nachfrageverwandtschaft macht, die Definition für komplementäre, substitutive und indifferente Güter ab.[4] Wenn der direkte Effekt einer Preissenkung eines der Güter zu einem Anwachsen der nachgefragten Menge des anderen Gutes führt, d.h. wenn die Summe der beiden Terme der Gleichung negativ sind, so sind beide Güter komplementär. Führt indes der direkte Effekt einer Preissenkung des einen Gutes zu einer Abnahme der Nachfragemenge des anderen Gutes,

---

1 Zur Darstellung vgl. Wilhelm Krelle, Preistheorie, Tübingen-Zürich 1961, S. 128f.

2 Vgl. z.B. R. Henn, O.Opitz, Konsum- und Produktionstheorie I, S. 97.

3 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 622.

4 Vgl. ebenda, S. 622f.

d.h. ist die Summe der beiden Terme der Slutsky-Gleichung positiv, so liegen substitutive Güter vor. Somit ergibt sich, daß keine Nachfrageverwandtschaft vorliegt, wenn der direkte Effekt Null ist, d.h. wenn eine Preisänderung des einen Gutes nicht zu einer Nachfrageänderung des anderen Gutes führt. Es sind also zwei Güter komplementär, unabhängig oder substitutional, sofern

$$(1.27) \quad \frac{\delta x_1}{\delta p_2} + x_2 \frac{\delta x_1}{\delta E} = \frac{\delta x_2}{\delta p_1} + x_1 \frac{\delta x_2}{\delta E} \gtreqless 0 \ .$$

Im Falle der Komplementarität der Güter geht bei steigendem Preis p_2 die Nachfrage des Gutes 1 zurück und es steigt bei fallendem Preis p_2 die Nachfrage des Gutes 1. Bei Substitutionsgütern vermehrt sich bei steigendem Preis p_2 die Nachfrage des Gutes 1 und geht bei fallendem Preis p_2 zurück.[1]

Der durch diese Gleichungen angegebene direkte Effekt zeigt somit die Änderung der Nachfrage nach einem Gut durch die Preisänderung eines anderen Gutes bei gleichzeitiger kompensierender Einkommensänderung an. Diese kompensierende Einkommensänderung bedeutet, daß das Realeinkommen eines Konsumenten unverändert bleibt.

Die Ableitung der Slutsky-Bedingung zeigt, daß für diese Ableitung lediglich ein Indifferenzkurvensystem notwendig ist. Über eine Nutzenmessung ist keine Annahme gemacht worden. Notwendige Bedingungen für die Ableitung aus den Indifferenzlinien ist nur eine präferenzmäßige Skalierung. Die Definition der Nachfrageverwandtschaft nach Slutsky-Schultz ist somit nicht, wie Dieter Schneider behauptet,[2] von der Annahme

---

1 Vgl. Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 127f. sowie R. Henn, O. Opitz, Produktionstheorie, S. 98.

2 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 600 und S. 614.

kardinaler Nutzenmessung abhängig.[1] Ebenso wird über die Höhe des Grenznutzens des Geldes keine Aussage getroffen. Ein konstanter Grenznutzen des Geldes bedingt, daß jede zusätzliche aufgewendete Geldeinheit den gleichen Nutzen erbringt. Die Behauptung, Slutsky unterstellt einen konstanten Grenznutzen des Geldes,[2] impliziert ein Indifferenzkurvensystem der Homogenität vom Grade 1. Diese Annahme kann allerdings bei ordinaler Nutzenmessung nicht allgemein unterstellt werden.

6 Eine operationale Definition des Nachfrageverbundes

Die Definition des Nachfrageverbundes von Slutsky und Schultz, der die Definition der Nachfragekurven im Sinne Friedmans, d.h. Nachfragekurven bei kompensierenden Änderungen im Nominaleinkommen, zugrundeliegt,[3] scheint eine Verallgemeinerung der klassischen Definition des Nachfrageverbundes zu sein.[4]

Die klassische Definition kennzeichnet den Nachfrageverbund durch die Steigung des Grenznutzens des Gutes i bei einer Veränderung der Nachfragemenge des Gutes j, also

$$(1.7a) \qquad \frac{\delta^2 U}{\delta x_i \delta x_j} = m\frac{\delta p_i}{\delta x_j} + p_i\frac{\delta m}{\delta x_j} \; .$$

Unter der restriktiven Annahme, daß der Grenznutzen

---

1 Zu diesem Ergebnis, daß eine Messung des Nutzens nicht erforderlich ist, kommt auch Henry Schultz, The Theory, S. 621.

2 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 600.

3 Vgl. ebenda, S. 612.

4 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 625.

des Geldes bei geringfügiger Variation von x_j annähernd konstant ist, ergibt sich

$$(1.7b) \qquad \frac{\delta^2 U}{\delta x_i \delta x_j} = m\frac{\delta p_i}{\delta x_j} .$$

Da m ebenfalls konstant und positiv ist, läßt sich der Nachfrageverbund lediglich durch das Vorzeichen von $\frac{\delta p_i}{\delta x_j}$, bzw. wegen der angenommenen Umkehrbarkeit der Nachfragefunktion[1] durch $\frac{\delta x_i}{\delta p_j} \gtreqless 0$ bestimmen.

Stellt man diesem Ergebnis die Definition von Slutsky-Schultz

$$(1.25) \qquad \frac{\delta x_i}{\delta p_j} + x_j\frac{\delta x_i}{\delta E} = \frac{\delta x_i}{\delta p_i} + x_i\frac{\delta x_i}{\delta E} \gtreqless 0$$

gegenüber, so lassen sich die Unterschiede zu dieser allgemeinen Definition aufzeigen. In der Slutsky-Gleichung ist der Einkommenseffekt stets positiv.

Eine formale Gleichheit dieser beiden Funktionen liegt dann vor, wenn der indirekte (Einkommens-)Effekt im Verhältnis zum Substitutionseffekt vernachlässigt werden kann oder wenn der Einkommenseffekt für beide Güter von gleicher Bedeutung ist,[2] d.h. wenn gilt

$$(1.28) \qquad x_j\frac{\delta x_i}{\delta E} = x_i\frac{\delta x_j}{\delta E} .$$

Bei einer möglichen Vernachlässigung des Einkommenseffektes führt die klassische Definition zumgleichen Ergebnis wie die Definition von Slutsky-Schultz. Es

---

1 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 576.

2 J.R. Hicks sieht diesen Fall als 'grobe Annäherung' an; vgl. J.R. Hicks, Annual Survey of Economic Theory, The Theory of Monopoly, in: Econometrica, Vol. III (1935), S. 1-20, hier S. 7.

entfällt der Term $x_j \frac{\delta x_i}{\delta E}$. Wenn indes der indirekte Effekt bei beiden Gütern gleich, aber nicht zu vernachlässigen ist, führen beide Definitionen bei Substitutiven zum gleichen Ergebnis. Es ist dann $\frac{\delta x_i}{\delta p_j}$ und ebenfalls $x_j \frac{\delta x_i}{\delta E} > 0$.

Ist indes $\frac{\delta x_i}{\delta p_i} < 0$, d.h. liegt bei der Definition von Edgeworth und Pareto ein komplementärer Nachfrageverbund vor, und ist zusätzlich der Einkommenseffekt wesentlich größer als der erste Term, so sind die Güter entsprechend der Definition von Schultz Substitute. D.h. die substitutive Nachfrageverwandtschaft ist, bedingt durch das begrenzte Einkommen des Haushalts, bei Schultz weiter gefaßt als in der klassischen Definition.[1]

Die Edgeworth-Pareto'sche Fassung der Nachfrageverwandtschaft hat den Vorteil, anschaulich zu sein. Sie ist zudem unabhängig von der Marktsituation.[2] Dies wird allerdings dadurch erkauft, daß der Nutzen bis auf eine lineare Transformation als kardinal meßbar angenommen werden muß. Schließt diese Annahme die praktische Verwendbarkeit aus?

Unter der Annahme, daß der Grenznutzen des Geldes für kleine Änderungen der Gütermengen konstant ist, läßt sich die Nachfrageverbundenheit unabhängig von der Nutzenfunktion ausdrücken, denn die Ableitung $\frac{\delta x_i}{\delta p_j}$ bzw. $\frac{\delta p_i}{\delta x_j}$ kann ermittelt werden. Die klassische Definition des Nachfrageverbundes ist also verifizierbar.

---

1 Vgl. Henry Schultz, The Theory, S. 627.

2 Vgl. ebenda.

Problematisch ist allein die Annahme kardinaler Nutzenmessung bei individuellen Nutzenfunktionen. Für die Zwecke der Preistheorie ist aber die Nachfrageverwandtschaft für die Gesamtnachfrage zu bestimmen.

Die Slutsky-Definition hat den Vorteil, daß sie unabhängig von der Nutzenmessung ist. Indes gilt sie nur für die Nachfrage eines Individuums. Sie ist nicht geeignet, aggregierte Marktnachfragekurven abzuleiten.[1] Ferner ist sie nicht unabhängig von der Marktsituation.

Die Konstanz des Grenznutzens des Geldes bedeutet, daß der Einkommenseffekt als Null oder vernachlässigbar angenommen wird. Man könnte also gegen die klassische Definition einwenden, daß der Einkommenseffekt durch Annahmen umgangen wird.

Es ist zu prüfen, ob und wann der Einkommenseffekt als Null oder vernachlässigbar angesehen werden kann. Grundsätzlich verändert jede Preisänderung das Realeinkommen der Nachfrage. Der Einkommenseffekt besteht also unabhängig von einer Nachfrageverwandtschaft.

Der Grenznutzen des Geldes wird dann unverändert bleiben, wenn die Nachfrageänderung beim Gut i gering ist. Je kleiner die diese Nachfrageänderung bewirkende Preisänderung des Gutes j ist, destoweniger verändert sich das Realeinkommen der Nachfrager. Diese an sich schon geringfügige Änderung des Realeinkommens verteilt sich zudem nicht nur auf die betrachteten Güter i und j, sondern auf alle Güter, die von den Nachfragern erworben werden. Der Einkommenseffekt kann also umso eher vernachlässigt werden, je größer $\frac{\delta x_i}{\delta p_j}$ ist.

1 Vgl. Dieter Schneider, Die Preis-Absatz-Funktion, S. 622.

Gerade diejenigen Fälle sind unternehmenspolitisch interessant, in denen eine starke Nachfrageverwandtschaft zwischen den Gütern besteht. Denn bei einer geringen Nachfrageverwandtschaft führt eine Nichtberücksichtigung nur zu geringen Abweichungen vom tatsächlichen Ergebnis.

Die Haushaltstheorie leitet individuelle Nachfragekurven ab. Hierbei tritt der Einkommenseffekt auf. Bei einer Betrachtung von mehr als zwei Gütern verteilt sich die Wirkung dieses Einkommenseffektes bei einer Preisvariation eines Gutes auf alle anderen Güter und auf alle anderen Nachfrager. Es erscheint darüber hinaus fraglich, ob in einer Unternehmenstheorie der Einkommenseffekt überhaupt auftritt.

Zwischen der Ableitung der Nachfragekurven der Haushaltstheorie, die auf der Nutzenmaximierung beruht und der Ableitung der Preis-Absatz-Funktionen in der Unternehmenstheorie, bei der von der Gewinnmaximierung ausgegangen wird, besteht nur eine formale Ähnlichkeit. In einer Unternehmung gleicht sich der Einkommenseffekt aus. In der Unternehmenstheorie kann demnach der Einkommenseffekt vernachlässigt werden.[1]

Da in der Unternehmenstheorie also nur der direkte Effekt der Preisänderung des Gutes j auf die Absatzmenge x_i zu beachten ist, läßt sich die klassische Definition des Nachfrageverbundes, die der Slutsky-Schultz Definition ohne Einkommenseffekt entspricht,

---

1 Vgl. J.R. Hicks, Value and Capital, S. 98. Zu diesem Ergebnis gelangt auch J. De V. Graaff, Income Effects and the Theory of the Firm, in: RES, Vol. XVIII (1950/51), S. 79-86, hier S. 83; Hans Hermann Weber, Zur Bedeutung der Haushaltstheorie für die betriebswirtschaftliche Absatztheorie, in: ZfbF, NF, 21. Jg. (1969), S. 773-783, hier S. 774.

als eine verifizierbare Definition ansehen. Diese Definition ist in der Theorie der Unternehmung unabhängig von einer Nutzenmessung.

Als nachfrageverwandt sollen im folgenden solche Güter angesehen werden, die sich in "ihren Absatzchancen insofern gegenseitig beeinflussen, als sie einander bei der Deckung eines Bedarfes ergänzen oder ersetzen können".[1] Absatzmäßige Interdependenzen von Gütern liegen dann vor, wenn zwischen diesen Gütern eine direkte Beziehung über die Verbrauchsmengen der Güter[2] oder über die Absatzpreise besteht, wobei die Güter auf einen bestimmten Bedarfskreis spezialisiert sind.[3] Es muß sich dabei um unterschiedliche Güter innerhalb des Absatzprogramms eines Anbieters handeln.[4]

Es hängt nicht mehr wie bei der einfachen Preis-Absatz-Funktion des Monopolisten (Cournot-Marshall'sche Preis-Absatz-Funktion) die nachgefragte Menge ceteris paribus allein vom Preis dieses Gutes ab, sondern es hängt die Nachfrage nach einem Gut über gebrauchstechnische Beziehungen auch von den Preisen der anderen Güter ab.[5]

Dienen die von einem Unternehmen erzeugten Güter gemeinsam der Befriedigung von speziellen Bedürfnissen,

---

1 Herbert Hax, Die Gestaltung des Fertigungsprogramms unter Berücksichtigung produktionswirtschaftlicher und absatzwirtschaftlicher Faktoren, in: BFuP, 10. Jg., 1958, S. 498-517, hier S. 500.

2 Vgl. Folkrad Edler, Werbetheorie und Werbeentscheidung, Wiesbaden 1966, S. 154.

3 Vgl. Erich Schäfer, Die Aufgabe der Absatzwirtschaft, Köln und Opladen 1950, S. 105ff.

4 Vgl. z.B. Erich Schneider, Wirtschaftspläne, S. 91 sowie Herbert Jacob, Preispolitik, S. 121ff.

5 Vgl. z.B. Erich Schneider, Wirtschaftspläne, S. 91; Walter Ferner, Modelle zur Programmplanung im Absatzbereich industrieller Betriebe, Köln-Berlin-Bonn-München 1966, S. 87.

so liegen komplementäre Güter vor, sind die Güter alternativ verwendbar, so spricht man von konkurrierenden oder substitutiven Gütern.[1]

Die Absatzmengen der Güter sind somit voneinander direkt abhängig. Damit ergibt sich auch die indirekte Abhängigkeit über den Preis.

Somit läßt sich folgende Definition der Nachfrageverwandtschaft geben: Ein komplementärer absatzmäßiger Verbund zwischen mehreren Produkten liegt dann vor, wenn sich durch die Preisänderung eines Produktes bei Konstanz der Preise der anderen Produkte die Absatzmengen aller Produkte der Unternehmung in der gleichen Richtung verändern. Ein substitutiver Verbund liegt entsprechend dann vor, wenn die Absatzmengen der nachfragemäßig verbundenen Produkte sich in entgegengesetzter Richtung verändern.[2]

Zur Darstellung der Nachfragebeziehungen zwischen zwei Gütern lassen sich nun Kreuzpreiselastizitäten heranziehen.[3] Zwei Produkte sind komplementär, nachfrageunabhängig oder substitutional, je nachdem, ob die Kreuzpreiselastizität

$$\eta_{x_j,p_i} = \frac{\delta x_j}{\delta p_i} \cdot \frac{p_i}{x_j} \gtreqless 0 \quad \text{ist.}$$

---

1 Vgl. z.B. Joel Dean, Managerial Economics, New York 1951, S. 127ff.; James M. Henderson, Richard E. Quandt, Mikroökonomische Theorie, S. 31.

2 Vgl. z.B. Walter Ferner, Modelle, S. 87; Wilhelm Krelle, Preistheorie, Tübingen-Zürich 1961, S. 6; Dietrich Adam, Produktionsplanung bei Sortenfertigung, Ein Beitrag zur Theorie der Mehrproduktunternehmung, Wiesbaden 1969, S. 29; Walther Busse von Colbe, Die Planung der Betriebsgröße, Wiesbaden 1964, S. 289f.

3 Vgl. z.B. die Definition bei Erich Schneider, Wirtschaftspläne, S. 91f.

Diese Definition entspricht der klassischen Definition des Nachfrageverbundes unter der Annahme, daß Nachfragefunktionen umkehrbar sind. Es ist unerheblich, ob man den Nachfrageverbund mit Hilfe von Kreuzpreiselastizitäten oder durch den Differentialquotienten $\frac{\delta x_j}{\delta p_i}$ mißt. Der Differentialquotient $\frac{\delta x_j}{\delta p_i}$ gibt das Vorzeichen der Kreuzpreiselastizität wieder.

2. Kapitel: Ansätze zur Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise der Mehrproduktunternehmung bei Nachfrageverbund

I Lösungsansätze der Literatur

1 Die Reduktion der Probleme der Mehrproduktunternehmung auf die der Einproduktunternehmung

a Die Aggregation der Produkte unter der Annahme konstanter Mengenverhältnisse im Einzelhandelsmodell von A.E. Ott

Die Literatur versucht, die durch die Interdependenzen zwischen den Gütern bestehenden Probleme der Preistheorie der Mehrproduktunternehmung durch vereinfachende Annahmen und/oder durch eine Aggregation der Preis-Absatz-Funktionen auf die Probleme der Einproduktunternehmung zu reduzieren.

Als typischer Fall der Mehrproduktunternehmung wird von A.E. Ott der Einzelhandel angesehen,[1] der ein ganzes Sortiment anbietet. Die Beschränkung auf den Einzelhandel bringt den Vorteil, daß die Schwierigkeiten, die sich von der Faktoreinsatzseite her ergeben, umgangen werden können. Es wird von Ott für den Einzelhandel als häufigste Marktform die des Polypols angesehen. Die Überlegungen des Ott'schen Modells gelten indes im gleichen Maße für die Marktform des Monopols.

Das von Ott zu lösende Problem besteht nun darin, daß man bei einem Sortiment nicht ganz allgemein von dem Preis und der Menge sprechen kann. Ott kann also die Parameter der Preistheorie der Einproduktunternehmung

---

1 Vgl. Alfred E. Ott, Ein statisches Modell der Preisbildung im Einzelhandel, in: JfNuSt, Band 172 (1960), S. 1-31.

nicht ohne zusätzliche Annahmen auf sein Modell der Mehrproduktunternehmung übertragen.[1]

Die Unternehmung biete die Absatzmengen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ an. Diese Güter mögen in einem Warenkorb zusammengefaßt sein. Dabei wird als strenge Annahme unterstellt, daß das Güterpaket repräsentativ zusammengesetzt sei, und daß sich die Mengenverhältnisse der Produkte nicht ändern.[2]

Dieses Güterpaket hat, allgemein formuliert, folgende Gestalt:

$$x = \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \ldots + \bar{x}_n \quad . \tag{2.1}$$

Hierbei ist $\bar{x}_i$ die Menge des Gutes i innerhalb des Güterpaketes.

Die Kosten dieses Güterpaketes sind die mit den Einstandspreisen q_i gewichteten Gütermengen:

$$K = \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i q_i = \bar{x}_1 q_1 + \bar{x}_2 q_2 + \ldots + \bar{x}_n q_n \quad . \tag{2.2}$$

Entsprechend ist der Verkaufspreis des gesamten Güterpaketes:

$$p = \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i p_i = \bar{x}_1 p_1 + \bar{x}_2 p_2 + \ldots + \bar{x}_n p_n \quad . \tag{2.3}$$

Otts Untersuchung baut auf folgender Hypothese auf:[3] Zwischen dem Preis und der Absatzmenge des Paketes besteht ein funktionaler Zusammenhang im Sinne einer Preis-Absatz-Funktion. Um allerdings zu einer

---

1 Vgl. Alfred E. Ott, Ein statisches Modell, S. 17.

2 Vgl. ebenda, S. 18.

3 Vgl. ebenda.

solchen Preis-Absatz-Funktion für das Güterpaket zu gelangen, ist es erforderlich, die einzelnen Preis-Absatz-Funktionen zu aggregieren.

Dies bedeutet, daß jedes Gut für die Aggregation in einer ähnlichen Form gewichtet werden muß wie die Güter des Produktpäckchens bei Stackelberg.[1] Dabei stellt das Gewicht $w_i = \bar{x}_i = \frac{x_i}{x}$ den Anteil des Gutes x_i am gesamten Güterpaket dar.

Die Nachfragefunktion $p_i = a_i x_i + b_i$ läßt sich somit in Form der Gewichte ausdrücken:[2]

$$p_i = a_i w_i x + b_i \quad . \tag{2.4}$$

Da $p = \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i p_i$ ist, lautet die Summe der Nachfragefunktionen somit:

$$p = \sum_{i=1}^{n} (a_i w_i^2) x + \sum_{i=1}^{n} b_i w_i \quad . \tag{2.5}$$

Die Kostenkurve läßt sich ebenfalls über den Gewichtungsfaktor in Abhängigkeit vom Güterpaket x darstellen. Da durch diese Aggregation die Kosten- und Erlöskurve vorliegt, läßt sich der Cournot'sche Punkt und somit der Preis und die Mengen des Güterpaketes in üblicher Weise bestimmen.

Durch die Annahme des konstanten Mengenverhältnisses der Produkte transformiert Ott die Absatz-Funktionen der einzelnen Produkte einer Mehrproduktunternehmung in den Fall der Einproduktunternehmung. Damit bleibt

---

1 Vgl. Heinrich von Stackelberg, Grundlagen einer reinen Kostentheorie, Wien 1932, S. 54ff.

2 Vgl. Alfred E. Ott, Ein statisches Modell, S. 19.

für Ott die Theorie der Einproduktunternehmung anwendbar. Dabei wird unterstellt, daß das Mengenverhältnis der Produkte auch dann konstant ist, wenn der Durchschnittspreis seines Warenkorbes sich ändert. Das Charakteristikum der Sortimentspolitik eines Handelsunternehmens besteht aber darin, daß gerade eine bewußte Preis- und Mengenpolitik der einzelnen Güter betrieben wird, um die absatzmäßigen Interdependenzen zu berücksichtigen.[1] Aber auch ohne Beachtung der Interdependenzen zwischen den einzelnen Produkten führt der Kalkül zu unterschiedlichen Ergebnissen, wenn man einmal die Preise und Absatzmengen der über Gewichte aggregierten Preis-Absatz-Funktionen bestimmt und zum anderen für die einzelnen Preis-Absatz-Funktionen die gewinnmaximalen Absatzmengen und Preise berechnet.[2]

Die Ott'sche Konstruktion der Gesamtnachfragekurve ist nur in zwei Sonderfällen sinnvoll. Einmal ist das Mengenverhältnis der Güter zueinander dann für jeden einheitlichen Preis das gleiche, wenn für jede einzelne Preis-Absatz-Funktion der gleiche Höchstpreis gilt. Dies bedeutet, daß bei jedem Preis für jedes Gut die Elastizität der Nachfrage stets die gleiche ist.[3] In diesem Fall würde eine proportionale Änderung der Absatzmengen zu einer proportionalen Änderung der Absatzpreise führen.[4] Damit entfällt besonders das Instrument der Preisdifferenzierung, das unterschiedliche Preise auf den

---

1 Vgl. Carl Ruberg, Sortiment und Sortimentspolitik im Handel, in: HdB, 3. Bd., 3. Aufl., Stuttgart 1960, Sp. 4906-4910, hier Sp. 4906.

2 Borchardt beweist an einem Beispiel, daß der Gewinn bei Aggregation der Preis-Absatz-Funktionen niedriger ist als bei Bestimmung des Gesamtgewinns aus den Einzelnachfragefunktionen, vgl. Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 33, Fußnote 2.

3 Vgl. z.B. Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 8.

4 Vgl. Herman Wold, Lars Juréen, Demand Analysis, S. 113.

verschiedenen Märkten nur bei unterschiedlich elastischer Nachfrage erreichen kann. Der andere Sonderfall liegt dann vor, wenn Angebot und Nachfrage nach Gütern limitational verbunden sind. In diesem Fall hat der Warenkorb für jeden Durchschnittspreis ein konstantes Mengenverhältnis.[1]

Gegen den Ansatz von Ott läßt sich zusätzlich der Einwand erheben, daß die Preise eines Warenkorbes bei unterschiedlichen Einzelnachfragekurven sich nicht proportional verändern, wenn die Mengen sich proportional ändern. Wie James P. Houck[2] gezeigt hat, ist die Preiselastizität eines aus festen Relationen zusammengesetzten Warenkorbes, d.h. der aggregierten Gesamtnachfragekurve, ein harmonischer Durchschnitt der einzelnen Preiselastizitäten. Die mögliche Aggregation beruht somit auf äußerst restriktiven Voraussetzungen.

b Smithies Aggregationsansatz bei linearer Preisabhängigkeit aller Produkte

Smithies[3] geht wie Ott von der Annahme aus, daß das gesamte Absatzsortiment zu einem Produkt zusammengefaßt werden kann. Dabei wird unterstellt, daß alle Preise linear voneinander abhängig sind.[4] Diese Aggregation mehrerer Produkte zu einem gemeinsamen Produkt führt unter dieser Voraussetzung zu einem Durchschnittspreis.

---

1 Vgl. Knut Borchardt, Preisbildung, S. 35.

2 Vgl. James P. Houck, Price Elasticities and Joint Products, in: JFE, Vol. 46 (1964), S. 652-656.

3 Vgl. Arthur Smithies, The Theory of Value Applied to Retail Selling, in: RES, Vol. VI (1938), S. 215-221.

4 Vgl. ebenda, S. 215.

Zu diesem Einheitspreis lassen sich dann entsprechende Mengen der einzelnen Güterarten des Gesamtsortimentes angeben.

Zwar reduziert Smithies mit diesen ausdrücklichen Annahmen das Problem der Mehrproduktunternehmung auf den Einproduktfall. Es läßt sich aber dieser Ansatz nur unter der Bedingung der linearen Abhängigkeit der Preise verwenden. Damit wird aber gleichzeitig das Hauptproblem der Mehrproduktunternehmung, die nachfragemäßige Verbundenheit der Güter, bewußt ausgeschaltet. Der Ansatz von Smithies beruht wie der von A.E. Ott auf Annahmen, die das Problem eliminieren.

c Die Aggregation der Gütermengen durch Hicks und Liviatan zu zwei Gütergruppen

Eine Reduzierung des Problems der Mehrproduktunternehmung auf den Zweiproduktfall wird von Hicks und Liviatan so vorgenommen, daß bis auf ein Gut i alle anderen Güter zu einer Gütergruppe zusammengefaßt werden.[1] Diese aggregierte Gütergruppe besitzt alle Eigenschaften der Einzelgüter. Hierbei wird davon ausgegangen, daß die relativen Preise dieser zu einem Produkt zusammengefaßten Gruppe unverändert bleiben.[2] Dies bedeutet, daß alle Preise sich proportional ändern. Ein Substitutionseffekt liegt dann nur zwischen dem einen Gut und den zu einer Produktgruppe aggregierten anderen Gütern vor. Eine Zunahme der Nachfrage nach dem Gut i beruht demzufolge auf einer relativen Preissenkung dieses Gutes im

---

1 Vgl. J.R. Hicks, Value and Capital, S. 50ff., sowie die mathematische Erklärung auf S. 312f.; ebenso Nissan Liviatan, A Generalization of the Composite-Good Theorem for Imperfect Markets, in: RES, Vol. XXXIII (1966), S. 45-56.

2 Vgl. J.R. Hicks, Value and Capital, S. 50.

Verhältnis zu der zusammengefaßten Gütergruppe. Dieses Ergebnis tritt auch ein, wenn der Preis des Gutes i konstant bleibt und die Preise der anderen Güter sich proportional erhöhen.

Diese Reduzierung auf den Zweiproduktfall erlaubt es, den Substitutionseffekt und auch den Einkommenseffekt darzustellen. Allerdings gestattet eine derartige Reduktion nur noch die Betrachtung der durch die Realeinkommenswirkung bedingten Substitutionalität - bei Hicks können komplementäre Güter ja nur bei mindestens drei Gütern auftreten[1] - zwischen dem einzelnen Gut und der Produktgruppe. Damit wird auch von Hicks und auch von Liviatan ein möglicher substitutiver oder auch komplementärer Verbund zwischen den zu einer Produktgruppe zusammengefaßten Gütern nicht mehr beachtet. Hicks und Liviatan, der den Hicks'schen Ansatz auf andere Marktformen ausweitet, schränken damit weitestgehend das Problem ein.

d Die unabhängige Untersuchung einzelner Gütergruppen mit Hilfe des Nutzenbaumes von Strotz

Die üblicherweise in der Haushaltstheorie verwendete Nutzenfunktion hat die Form $U = U(x_1,\ldots,x_n)$. Diese Nutzenfunktion läßt sich jetzt in einzelne Gütergruppen trennen:[2]

$$U = U\left[v_1(x_1), v_2(x_2), \ldots, v_n(x_n)\right] . \tag{2.6}$$

---

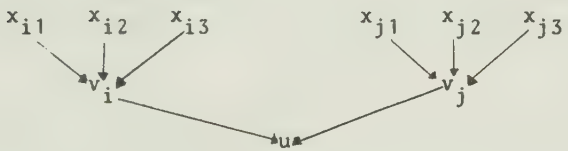
1 Vgl. S. 32.

2 Vgl. W.M. Gorman, Separable Utility and Aggregation, in: Economica, Vol. 27 (1959), S. 469-481, hier S. 469.

Man erhält einen Nutzenbaum[1], in dem man einzelne Gütergruppen aggregiert.

Die einzelnen Güter werden in isolierbare Produktgruppen $x_r = (x_{r1}, x_{r2}, \ldots, x_{rn})$ zusammengefaßt. Hierbei ist $r=1,\ldots,n$. Dabei ist die Trennung zwischen den Produktgruppen so vorzunehmen, daß innerhalb einer Produktgruppe die Grenzrate der Substitution zwischen zwei Gütern dieser Produktgruppe unabhängig von den Gütern einer anderen Produktgruppe ist, bzw. daß bei einer noch strengeren Trennung ein Gut derselben Produktgruppe keinen Einfluß auf die Grenzrate der Substitution zwischen jeweils zwei Gütern dieser Produktgruppe hat.[2]

Ein solcher Nutzenbaum hat folgende Gestalt:



In Analogie zu einem solchen Nutzenbaum läßt sich der Produktbaum eines Anbieters bilden. Eine Trennung in einzelne Produktgruppen erlaubt es, die einzelnen Äste dieses Produktbaumes wie in der Einproduktunternehmung getrennt zu untersuchen. Hierbei ist es erforderlich, daß für jeden Ast ein entsprechender Preisindex gefunden wird.[3] Gleichzeitig müßte aber auch die Kostenfunktion eine gleiche Aggregation erlauben.[4] Dies scheint

---

1 Vgl. Robert H. Strotz, The Empirical Implications of a Utility Tree, in: Economica, Vol. 25 (1957), S. 269-280, hier S. 269.

2 Vgl. ders., Utility Tree - A Correction and Further Appraisal, in: Economica, Vol. 27 (1959), S. 482-488, hier S. 482.

3 Vgl. ders., The Empirical Implications, S. 276f.

4 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundzüge einer monopolistischen Absatztheorie, Köln, Berlin, Bonn, München 1970, S. 62.

jedoch nur dann erreichbar zu sein, wenn die Kostenfunktion in Abhängigkeit von einem Mengenindex darstellbar ist.

e Die Preisbestimmung in der Mehrproduktunternehmung durch sukzessive Optimierung der einzelnen Absatzpreise

Hans Hermann Weber versucht unter Beachtung der nachfragemäßigen Beziehungen zwischen den einzelnen Gütern dennoch das Instrumentarium der Theorie der Einproduktunternehmung anzuwenden.[1] Er geht davon aus, daß bei überwiegend komplementärer Beziehung der Güter die Wirkung einer Preisänderung auf die Absatzmengen aller Güter gleichgerichtet ist. Deshalb hält er den Grundgedanken der Bildung eines repräsentativen Warenkorbes in dem Modellansatz von A.E. Ott[2] durchaus für realistisch.

Die Überlegungen H.H. Webers gehen dahin, daß jeweils ein bestimmtes Gut i als wichtigstes Gut schwerpunktmäßig betrachtet wird. Es wird dabei angenommen, daß für das Gut i die Absatzmenge $\bar{x}_i$ bereits festgelegt ist. Unter der Annahme der nachfragemäßigen Verbundenheit lautet dann die Gewinnfunktion:[3]

$$
\begin{aligned}
(2.7) \qquad & G(x_1,x_2,\ldots,x_{i-1},x_{i+1},\ldots,x_n) \\
& = \bar{x}_i p_i(x_1,x_2,\ldots,x_{i-1},x_{i+1},\ldots,x_n) \\
& + \sum_{j=1}^{n} x_j p_j(x_1,x_2,\ldots,x_{i-1},x_{i+1},\ldots,x_n) \\
& - K(x_1,x_2,\ldots,x_{i-1},x_{i+1},\ldots,x_n) \quad . \\
& j = 1,2,\ldots,i-1,i+1,\ldots,n \quad .
\end{aligned}
$$

---

1 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundlagen einer quantitativen Theorie des Handels, Köln und Opladen 1966, S. 109ff.

2 Vgl. Alfred E. Ott, Ein statisches Modell, S. 17ff.

3 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 109.

Die partiellen Ableitungen dieser Funktion lauten:

$$(2.8)\quad \frac{\delta G}{\delta x_j} = \bar{x}_i \frac{\delta p_i}{\delta x_j} + p_j + x_1 \frac{\delta p_1}{\delta x_j} + x_2 \frac{\delta p_2}{\delta x_j} + \ldots + x_n \frac{\delta p_n}{\delta x_j} - \frac{\delta K}{\delta x_j}$$

$$= 0$$

$$j = 1,\ldots,n; \quad j \neq i .$$

Aus diesem Gleichungssystem lassen sich bei vorgegebenem $\bar{x}_i$, da $p_j = p_j(x_1,x_2,\ldots,x_{i-1},x_{i+1},\ldots,x_n)$ ist, die j Produktmengen bestimmen. Es lassen sich danach ohne weiteres die dazugehörigen optimalen Absatzpreise ermitteln.

Hierbei ist[1]

$$(2.9a)\quad p_j = p_j[\bar{x}_i, x_1(x_i),\ldots,x_{i-1}(x_i),x_{i+1}(x_i),\ldots,x_n(x_i)]$$

$$= p_j(x_i)$$

und

$$(2.9b)\quad p_i = p_i[\bar{x}_i, x_1(x_i),\ldots,x_{i-1}(x_i),x_{i+1}(x_i),\ldots,x_n(x_i)]$$

$$= p_i(x_i) .$$

In diesem Gleichungssystem wird von Weber unterstellt, daß bis auf die Höhe des verfügbaren Einkommens alle Absatzmengen x_j und Preise p_j veränderlich sind, sie sich aber über das Gleichungssystem in Abhängigkeit von der Absatzmenge $\bar{x}_i$ verändern.[2]

Die Vorgehensweise und die Aussagekraft des Ansatzes von H.H. Weber soll mit Hilfe eines Beispieles für den Zwei-Produktfall dargelegt werden.

---

1 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 110.

2 Vgl. ebenda.

Die Preis-Absatz-Funktionen mögen lauten:

(2.10a) $p_1(x_1,x_2) = a_1 + b_{11}x_1 + b_{12}x_2$

(2.10b) $p_2(x_1,x_2) = a_2 + b_{21}x_1 + b_{22}x_2$.

Die Kostenfunktion lautet:

(2.11) $K(x_1,x_2) = c_o + c_1x_1 + c_2x_2$.

Somit ergibt sich folgende Gewinnfunktion:

(2.12) $$G(x_1,x_2) = a_1x_1 + b_{11}x_1^2 + b_{12}x_2x_1 + a_2x_2 + b_{21}x_1x_2 + b_{22}x_2^2 - c_o - c_1x_1 - c_2x_2 .$$

Im Gewinnmaximum müssen

(2.13a) $\frac{\delta G}{\delta x_1} = a_1 + 2b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + b_{21}x_2 - c_1 = 0$ und

(2.13b) $\frac{\delta G}{\delta x_2} = b_{12}x_1 + a_2 + b_{21}x_1 + 2b_{22}x_2 - c_2 = 0$

erfüllt sein.
Diese Gleichungen geben, einzeln betrachtet, an, welche Mengen x_2 bzw. x_1 das Unternehmen anbieten muß, um einen maximalen Gewinn zu erhalten, wenn die Absatzmenge x_1 bzw. x_2 festliegt. Es ist

(2.14) $$x_2 = \frac{c_2-a_2-b_{12}x_1-b_{21}x_1}{2b_{22}} = x_2(x_1) .$$

Somit lautet die Gewinnfunktion (2.12)

$$G(x_1) = a_1x_1+b_{11}x_1^2-c_o-c_1x_1- \frac{\left[(c_2-a_2) - (b_{12}+b_{21})x_1\right]^2}{4b_{22}} .$$

Diese Gleichung besagt, daß "ohne Vernachlässigung des

Mehrproduktproblems voll mit dem Instrumentarium der Einproduktunternehmung"[1] gearbeitet werden kann.

Indes: Bei diesem Ergebnis wird unterstellt, daß zuerst die Absatzmenge des Produktes i festgelegt wird und dann anschließend unter Beachtung der nachfragemäßigen Beziehungen die gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise der anderen Güter bestimmt werden. Ein Zahlenbeispiel möge dieses verdeutlichen.

Von folgenden Koeffizienten möge für den vereinfachten Fall der einseitigen Komplementarität ausgegangen werden:

$$a_1 = 400, \quad a_2 = 375, \quad c_o = 0, \quad c_1 = 300,$$

$$c_2 = 325, \quad b_{11} = b_{22} = -1, \quad b_{12} = 0, \quad b_{21} = 1{,}8 \; .$$

Die Preis-Absatz-Funktion für das Produkt 1 lautet:

(2.15) $$p_1 = 400 - 1x_1 \; .$$

Es ist somit

(2.16) $$G_1 = (400-1x_1)x_1 - 300x_1 \quad \text{und}$$

(2.17) $$\frac{dG_1}{dx_1} = 400 - 2x_1 - 300 = 0 \; .$$

Die optimale Absatzmenge ist $x_1^+ = 50$. Der "Deckungsbeitrag" ist 50 Geldeinheiten, der Gewinn G_1 ist 2500 Geldeinheiten.

Diese Information über die gewinnmaximale Absatzmenge $x_1^+ = 50$ wird jetzt für die Optimierung der anderen

---

1 Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 113.

Absatzmenge verwendet. Es ist

(2.17) $$G_2 = (375-1x_2+1,8x_1)x_2 - 350x_2$$

$$= (375-1x_2)x_2 + 1,8\cdot 50x_2 - 350x_2$$

(2.18) $$\frac{dG_2}{dx_2} = 375 - 2x_2 + 90 - 350 = 0$$

$$x_2^+ = 57,5 \ .$$

Der "Deckungsbeitrag" ist 57,5 Geldeinheiten. Der Gewinn des Produktes x_2 ist 3306,25 Geldeinheiten. Der Gesamtgewinn bei dieser sukzessiven Optimierung ist somit

$$G^G_{sukz.} = 5806,25 \text{ Geldeinheiten.}$$

Ein Vergleich dieses Ergebnisses mit dem der simultanen Optimierung ($G_1+G_2 = 28289,40$) macht deutlich, daß die Verwendung des Instrumentariums der Einproduktunternehmung unter Beachtung der Probleme der Mehrproduktunternehmung durch die sukzessive Optimierung nach dem Vorschlag von Hans Hermann Weber nicht zu optimalen Ergebnissen führt. Verändert man hingegen die Absatzmenge $\bar{x}_i$ parametrisch, so ist aus alternativen Gewinngrößen das Maximum maximorum auszuwählen.

2 Die Preisbestimmung bei verbundener Nachfrage auf der Grundlage von Erlös- und Kostenindifferenzkurven

a Die Grundstruktur des Lösungsansatzes

aa Darstellung der Auswirkungen der Preisänderung eines Produktes auf den Preis eines anderen Produktes bei verbundener Nachfrage durch ein Zahlenbeispiel

Die Auswirkung einer Preisvariation des Produktes 1 auf den Preis eines anderen Gutes soll mit Hilfe eines von Stigler übernommenen Zahlenbeispieles aufgezeigt werden.[1] Stigler benutzt zur Veranschaulichung die vereinfachende Annahme, daß bei Betrachtung der Güter 1 und 2 die Absatzmenge x_2 unverändert gehalten wird. Es sei x_2 = 190 Einheiten. Unter diesen einschränkenden Bedingungen verändert sich bei einer Variation des Preises p_1 die Absatzmenge x_1 und somit über den Nachfrageverbund bei substitutiven Gütern der Preis p_2 wie folgt:

x_1	p_1	Grenzerlös von 1 (ohne Berücksichtigung von p_2)	p_2 (bei x_2=190)	partieller Grenzerlös von 1
152,5	40	-	30,50	-
161,25	39	21,57	30,25	16,14
170,00	38	19,57	30,00	14,14
178,75	37	17,57	29,75	12,14
187,50	36	15,57	29,50	10,14

Der Grenzerlös des Gutes 1 berücksichtigt nicht den Preisrückgang bei dem substitutiven Gut 2. Denn mit

1 Vgl. George J. Stigler, The Theory of Price, S. 312f.

jeweils 8,25 zusätzlich verkauften Mengeneinheiten des Gutes 1 sinkt der Preis p_2 um 0,25. D.h. der Gesamterlös des Gutes 2 reduziert sich um $190 \cdot 0{,}25 = 47{,}50$.

Diese Gesamterlöseinbuße des substitutiven Gutes ist dem Gut 1 anzulasten, so daß sich ein echter Grenzerlös für dieses Gut bei dem jeweiligen Preis p_1 errechnen läßt.[1]

ab Bestimmung der Tangentialpunkte von Kostenindifferenz- und Erlösindifferenzkurve

Stigler geht davon aus, daß bei Vorliegen mehrerer Produkte die übliche geometrische Analyse zur Bestimmung gewinnmaximaler Absatzmengen und Absatzpreise, dargestellt durch den Schnittpunkt von Grenzkosten- und Grenzerlöskurve, wegen der Interdependenz der Produktions- und Nachfrageseite schwerfällig wird. Er versucht, diese Schwierigkeiten durch Indifferenzkurven für konstante Gesamterlöse und Gesamtkosten zu umgehen.[2] Eine Erlösindifferenzkurve gibt alle Kombinationen der Summe der Erlöse beider Produkte wieder, die den gleichen Gesamterlös erbringen.

Das totale Differential dieser Erlösindifferenzkurve ist

$$dE = \frac{\delta E_1}{\delta x_1} dx_1 + \frac{\delta E_2}{\delta x_2} dx_2 = 0. \tag{2.19}$$

---

1 Vgl. Jack Hirshleifer, Economics of the Divisionalized Firm, in: JB, Vol. XXX (1957), S. 96-108, hier S. 99f.; Martin J. Bailey, Price and Output Determination, S. 83f.

2 Vgl. George J. Stigler, The Theory of Price, S. 314; vgl. auch J.C. Weldon, The Multiple Product Firm, in: CJ, Vol. XIV (1948), S. 176-190, hier S. 186.

Hieraus ergibt sich

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \left| \frac{\frac{\delta E_1}{\delta x_1}}{\frac{\delta E_2}{\delta x_2}} \right| . \tag{2.20a}$$

Dieser Ausdruck gibt gleichzeitig die Steigung dieser Erlösindifferenzkurve wieder.

Die Erkenntnisse, die Stigler aus diesem Kurvenverlauf ziehen kann, sind nicht umfangreich. Seine Aussagen beziehen sich lediglich darauf, daß bei atomistischer Konkurrenz die Preise konstant sind und somit auch die Grenzerlöse konstant sind. Hierdurch ergibt sich folglich eine Erlösindifferenzkurve mit der Steigung $- \frac{p_1}{p_2}$.

Im Falle eines unvollkommenen Marktes unterstellt Stigler eine konvexe Erlösindifferenzkurve.[1] Diese soll nicht nur für unverbundene, sondern auch für verbundene Nachfrage gelten. Über den exakten Verlauf einer solchen Erlösindifferenzkurve indes wird keine Aussage gemacht.

Entsprechend obigen Überlegungen gilt für die Kostenindifferenzkurve

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \left| \frac{\frac{\delta K_1}{\delta x_1}}{\frac{\delta K_2}{\delta x_2}} \right| . \tag{2.20b}$$

Die Kurve konstanter Gesamtkosten hat, wenn angenommen wird, daß mit einer Steigerung der Ausbringungsmenge x_1 und einem Steigen der Grenzkosten K_1' eine Reduktion

---

1 Vgl. auch Henry Grayson, Price Theory in a Changing Economy, New York, London 1965, S. 135f.

der Ausbringungsmenge x_2 und somit der Grenzkosten K_2' einen stets steileren Verlauf. Insgesamt ist sie also konkav.[1] Es ergibt sich somit folgendes Schaubild.[2]

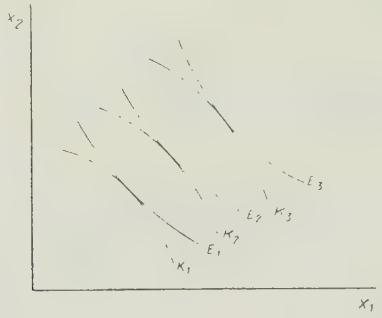


Abb. 2.1

Bei vorgegebener Isokostenkurve wird nun die Isoerlöskurve mit dem höchsten Erlös gesucht. Dies ist genau die Isoerlöskurve, die diese vorgegebene Isokostenkurve tangiert. In diesem Tangentialpunkt ist die Steigung der Isoerlös- und Isokostenkurve gleich. Es gilt somit für den maximalen Gewinn die Bedingung

$$\begin{vmatrix} \frac{\delta K_1}{\delta x_1} & \frac{\delta E_1}{\delta x_1} \\ \frac{\delta K_2}{\delta x_2} & \frac{\delta E_2}{\delta x_2} \end{vmatrix} = 0 \qquad (2.20c)$$

Der Verlauf der Isoerlöskurve läßt sich hierbei aus den Preis-Absatz-Funktionen entwickeln. Man

---

1 Vgl. Horst Meßmann, Anschauliche Theorie der verbundenen Produktion, Diss. Mannheim 1952, S. 37; W.J.L. Ryan, Price Theory, London, New York 1958, reprinted 1965, S. 372.

2 Vgl. George J. Stigler, The Theory of Price, S. 317.

kann den Quadranten mit den Hyperbeln der Form $p_1x_1 = K$ überziehen. Dabei bezeichnet jeder Punkt auf einer Hyperbel einen konstanten Erlös.

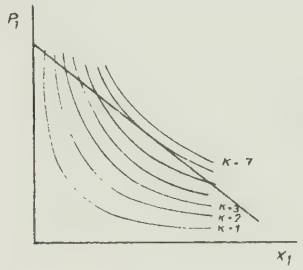


Abb. 2.2

Der Schnittpunkt der Hyperbel mit der betreffenden Preis-Absatz-Funktion gibt somit den Gesamterlös des betrachteten Gutes bei einem bestimmten Preis bzw. bei einer bestimmten Absatzmenge wieder. Aus solchen Schnittpunkten der Preis-Absatz-Funktion beider Güter läßt sich nun die Isoerlöskurve der beiden Produkte ermitteln.[1] Preis-Absatz-Funktionen der obigen Gestalt für beide Märkte ergeben dabei Isoerlöskurven, wie sie Stigler verwendet. Für den jeweiligen Verlauf der Isoerlöskurven ist somit die Elastizität der Preis-Absatz-Funktion entscheidend. Es ist ersichtlich, daß unterschiedliche Preis-Absatz-Funktionen zwingend andere Verläufe der Isoerlöskurven implizieren.

---

1 Zu dieser Form der Ableitung vgl. George J. Cady, An Approach to the Theory of Multiple Production, in: SEJ, Vol. XVI (1949/50), S. 326 - 339, hier S. 327ff. Diese Art der Konstruktion ist besonders geeignet für eine Ableitung der Kostenisoquanten.

b Allgemeine Aussagen über die Verlaufsformen der Indifferenzkurven bei Nachfrageverbund

Der Ansatz von Stigler gilt allgemein für die optimale Preisbestimmung in einer Mehrproduktunternehmung. Er bedarf indes einer Ergänzung. Stigler kann zwar die Ausbringungsmengen in einer Mehrproduktunternehmung ohne Nachfrageverbund bestimmen. Doch geht aus dieser Darstellung nicht hervor, wie sich komplementäre und substitutive Nachfragebeziehungen in den Indifferenzlinien wiedergeben lassen. Hierzu bedarf es einer differenzierteren Analyse. Die Erlösindifferenzkurve nimmt, sobald die Ausbringungsmengen x_i von dem Preis p_i abhängen, die beschriebene gekrümmte Gestalt an.[1] Dieser Verlauf der Isoerlöskurve läßt sich nun wie folgt entwickeln.[2]

In einem Koordinatenkreuz werden auf den Achsen die Absatzmengen x_1 und x_2 sowie die Erlöse E_1 und E_2 abgetragen. Es ergibt sich dann eine Erlöskurve in Abhängigkeit von der Absatzmenge.

---

1 Vgl. z.B. die Darstellung bei George J. Stigler, The Theory of Price, S. 317.

2 Vgl. Kenneth E. Boulding, Economic Analysis, fourth edition, Vol. I, Microeconomics, New York, Tokyo 1966, S. 582; eine Konstruktion versucht auch Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 21. Meßmann kommt indes zu einem ungenauen Ergebnis.

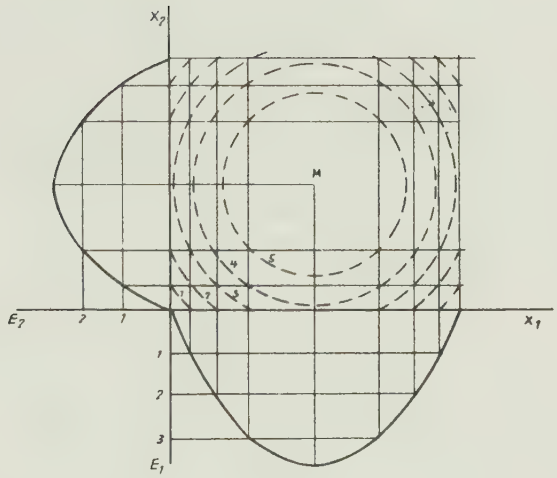


Abb. 2.3

Außer diesen beiden Erlöskurven läßt sich jetzt eine Isoerlöskurve konstruieren, indem man jeweils Kombinationen der beiden Absatzmengen für konstante Gesamterlöse aufstellt. Dabei ergibt sich ein maximaler Erlös im Punkt M. Die Isoerlöskurven mit geringerem Index gruppieren sich um diesen Punkt M. Die üblichen Darstellungen der Isoerlöskurven betrachten nur einen Ausschnitt, und zwar den Bereich, in dem die Kurven konvex zum Ursprung verlaufen. Die darüber hinausgehenden Bereiche stellen ineffiziente Bereiche der Preis-Absatz-Funktion dar, Bereiche, in denen der Grenzerlös negativ ist.

Die Gestalt der Isoerlöskurven ändert sich nun entscheidend, wenn die Absatzmengen nicht unabhängig voneinander sind. Für die einzelnen Produkte lassen sich z.B. Erlöskurven in Abhängig-

keit von der variierenden Absatzmenge x_1 und alternativen Mengen x_2 zeichnen. Für konstante Erlöse wird jeweils die Kombination der Absatzmengen der Güter 1 und 2 ermittelt. Im Falle substitutiver Güter erhält man für alternative Absatzmengen x_2 jeweils eine andere Erlösfunktion, wie es z.B. folgende Darstellung zeigt:

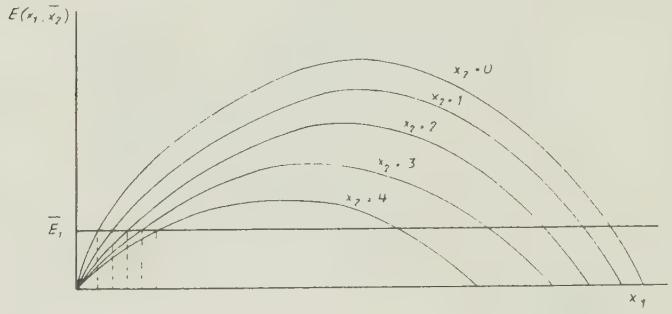


Abb. 2.4

Für einen vorgegebenen Erlös lassen sich hieraus die möglichen Kombinationen der Absatzmengen x_1 und x_2 bestimmen. Es möge sein:

$$\bar{E}_1 = (a_1 - b_{11}x_1 - b_{12}x_2)x_1 \tag{2.21a}$$

bzw.

$$x_2 = \frac{a_1x_1 - b_{11}x_1^2 - \bar{E}_1}{b_{12}x_1} \quad . \tag{2.21b}$$

Diese Kurve ist dabei nach unten geöffnet. Sie ist nicht wie bei Boulding zur x_2-Achse geneigt.[1]

---

1 Vgl. Kenneth E. Boulding, Economic Analysis, Vol. I, Microeconomics, S. 583; Bouldings Konstruktion basiert offensichtlich auf verbalen Überlegungen, die analytisch nicht bewiesen werden können.

Entsprechend lassen sich geometrische Orte für variierende Absatzmengen von x_2 bei alternativen Mengen von x_1 konstruieren.

Diese Kurven der Form $\bar{E}_2 = a_2x_2-b_{22}x_2^2-b_{12}x_1x_2$ sind zur x_2-Achse hin geöffnet. Würde man jetzt beide Kurven in dasselbe Koordinatensystem einzeichnen, so ließen sich aus den Schnittpunkten dieser Kurvenzüge konstante Gesamterlöslinien ableiten. Diese Kurven haben die Gestalt:

$$(2.22)\quad \bar{E}=\bar{E}_1+\bar{E}_2=a_1x_1-b_{11}x_1^2+a_2x_2-b_{22}x_2^2-(b_{12}+b_{21})x_1x_2$$

Diese Isoerlöskurven stellen die allgemeine Form eines Kegelschnittes dar. Da die Wirkung des Nachfrageverbundes, ausgedrückt durch die Koeffizienten b_{12} und b_{21}, geringer sein wird als die direkte Wirkung der Mengenänderung des betrachteten Gutes auf den zugehörigen Preis (Koeffizienten b_{11} und b_{22}), hat die Isoerlöskurve die Gestalt einer Ellipse. Es gilt dann: $(b_{12}+b_{21})^2 < 4b_{11}b_{22}$. Im Sonderfall, wenn $b_{11} = b_{22}$ vorliegt, nimmt sie die Form eines Kreises an. Aus der Richtung der Achse (Kammlinie) wird deutlich, daß es sich um substitutive Güter handelt. Es schrumpft dabei die Linie gleicher Erlöse zu einer einzigen Geraden, wenn es sich um identische Güter handelt. Die Ellipse ist entsprechend eng, je stärker die Güter Substitute sind.

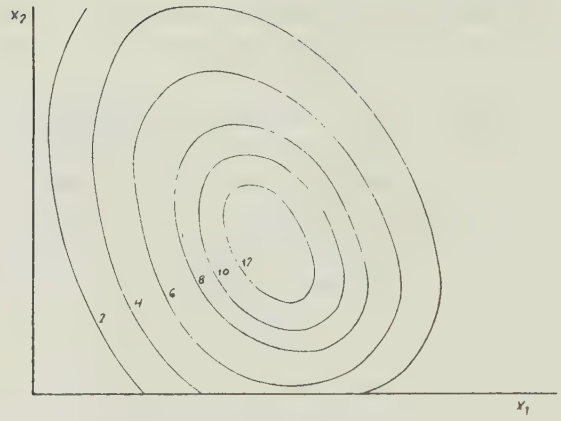


Abb. 2.5

Handelt es sich hingegen um komplementäre Güter, so ist die Lage der Achse der Ellipse etwa entsprechend der 45°-Linie. Bei vollkommener Komplementarität ergibt sich wiederum eine Gerade. Die Art und die Stärke des Nachfrageverbundes wird somit durch die Lage und die Gestalt der Indifferenzkurven gekennzeichnet.

Durch den Tangentialpunkt einer so ermittelten Gesamterlösindifferenzkurve mit der Indifferenzkurve der Gesamtkosten werden die gewinnmaximalen Absatzmengen ermittelt. Die gewinnmaximalen Absatzpreise lassen sich mit Hilfe dieser Absatzmengen aus den den Erlösisoquanten zugrundeliegenden Preis-Absatz-Funktionen bestimmen.

Die Möglichkeiten eines solchen Ansatzes, exakte Aussagen über die optimalen Absatzpreise zu gewinnen, sind begrenzt durch die Schwierigkeiten der Ermittlung der Indifferenzkurven.

3 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise auf der Grundlage von Grenzerlös- und Grenzkostenkurven

a Vorbemerkungen

Der Gewinn einer Unternehmung kann bei gegebenem Sortiment dadurch gesteigert werden, daß der Preis eines Produktes solange gesenkt wird, wie der zusätzliche Erlös größer ist als die zusätzlichen Kosten. Bei verbundener Nachfrage läßt sich der Preis eines Produktes jedoch nicht mehr durch die Gleichheit von Grenzerlös und Grenzkosten dieses Produktes bestimmen, denn jede Preisvariation eines Produktes berührt den Erlös des anderen Produktes. Diese indirekte Wirkung auf den Erlös des anderen Produktes ist bei der Preisbestimmung zu beachten.

Die Erlösänderungen, die sich aus den direkten und indirekten Preisänderungen der Produkte ergeben, sind nun mit den Kostenänderungen zu vergleichen.

Ein Gesamtgewinnmaximum liegt indes noch nicht vor, wenn für ein Produkt i die Bedingung der Gleichheit von partiellem Grenzerlös und Grenzkosten erreicht ist. Dieses Ziel ist erst dann erreicht, wenn dieses Funktionalkriterium für sämtliche Produkte gilt.

Es seien im folgenden zuerst die Preis- Absatz- Funktionen bei nachfragemäßigen Interdependenzen dargestellt und die Wirkungen einer Änderung der Absatzpreise oder Absatzmengen eines Produktes auf den Gesamterlös untersucht. Mit Hilfe dieser Erkenntnisse lassen sich die gesamtgewinnmaximalen Absatzpreise auf der Grundlage des obigen Funktionalkriteriums bestimmen.

Die Literatur[1] versucht, aus diesen so ermittelten Absatzpreisen Folgerungen über die Auswirkungen der Substitutionalität und Komplementarität auf die gewinnmaximalen Absatzpreise zu ziehen und zu allgemeingültigen Aussagen über die Struktur dieser Absatzpreise zu kommen. Diese Folgerungen sind kritisch zu überprüfen.

b Die Lage und die Gestalt der Preis-Absatz-Funktion bei Nachfrageverbund

ba Die Preis-Absatz-Funktion bei Mengenpolitik

Die Definition der Nachfrageverwandtschaft gestattet Aussagen über die Lage und die Gestalt der Preis-Absatz-Funktion bei Nachfrageverbund. Da die Absatzmengen eines Produktes nur von den Absatzpreisen der Produkte der Unternehmung abhängig sind, lauten die Nachfragefunktionen:

(2.23a) $$x_1 = x_1(p_1,p_2)$$

(2.23b) $$x_2 = x_2(p_1,p_2) \quad .$$

Jeder Preiskombination entspricht also eine bestimmte Ausbringungsmenge; unter der Annahme der Umkehrbarkeit der Nachfragefunktion kann man jeder Mengenkombination einen bestimmten Preis zuordnen. Die Preis-Absatz-Funktionen sind dann

(2.24a) $$p_1 = p_1(x_1,x_2)$$

(2.24b) $$p_2 = p_2(x_1,x_2) \quad .$$

---

1 Vgl. z.B. Reinhard Selten, Preispolitik, Walter Ferner, Modelle, Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, Hans Hermann Weber, Grundlagen.

Die Preis-Absatz-Funktion soll nun in einem $p/x_1/x_2$-Koordinatensystem dargestellt werden. Die Gestalt einer solchen Preis-Absatz-Funktion richtet sich danach, wie der Absatz des Gutes 1 sich bei Preisvariation des Preises p_1 verändert und wie der Preis p_1 sich ändert, wenn bei konstanter Absatzmenge x_1 der Absatz x_2 variiert wird.[1]

Unter der Annahme, daß die Absatzmenge x_2 konstant ist, wird die Absatzmenge x_1 bei fallendem p_1 stets zunehmen, d.h. es liegt ein normaler Verlauf einer Preis-Absatz-Funktion vor.

Um zu klären, wie sich der Preis p_1 bei variierendem x_2 ändert, ist zwischen komplementärem und substitutivem Verbund zu trennen. Der Verlauf der Preis-Absatz-Fläche in x_2-Richtung ist abhängig von der "Kreuz-Flexibilität"[2]

$$\eta_{p_1,x_2} = \frac{\delta p_1}{p_1} : \frac{\delta x_2}{x_2} \quad . \tag{2.25}$$

Ist diese Größe negativ, d.h. führt bei konstanter Absatzmenge x_1 eine Absatzmengensteigerung des Produktes 2 zu einem geringeren Preis p_1, so liegt entsprechend der Ausgangsdefinition des Nachfrageverbundes Substitutionalität vor.

Der Verlauf im $p_1/x_1/x_2$-Koordinatensystem zeigt eine Preis-Absatz-Fläche, die sowohl gegen die x_1-Richtung als auch gegen die x_2-Richtung geneigt ist.[3]

---

1 Vgl. Hans Spilker, Die Bestimmung, S. 644.

2 Dieser Begriff wurde erstmals von Henry L. Moore verwendet; vgl. Henry L. Moore, Synthetic Economics, New York 1929, S. 38. Der Begriff der Kreuzflexibilität entspricht dem der Kreuzmengenelastizität.

3 Vgl. die graphische Darstellung bei Henry Schultz, The Theory, S. 577.

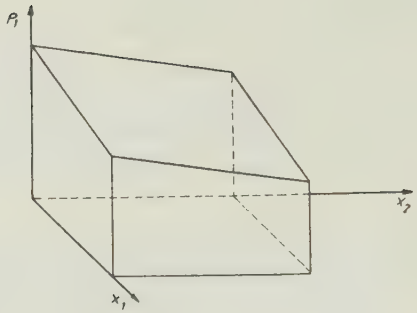


Abb. 2.6a

Ist hingegen die Kreuz-Flexibilität positiv, so liegt ein komplementärer Nachfrageverbund vor.

Wenn die Absatzmenge x_2 steigt, so nimmt damit auch die Absatzmenge x_1 zu. Dies bedeutet aber auch, daß bei konstanter Absatzmenge x_1 ein Steigen der Absatzmenge x_2 mit einem Steigen des Preises p_1 einhergeht. Für den Verlauf der Preis-Absatz-Fläche im $p_1/x_1/x_2$-Koordinatensystem hatte dieses zur Folge, daß sie mit zunehmender Absatzmenge x_1 fällt, daß sie aber in x_2-Richtung von der Grundfläche fortstrebt.[1]

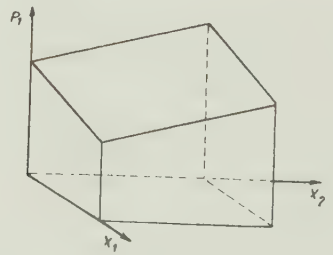


Abb. 2.6b

1 Vgl. Hans Spilker, Die Bestimmung, S. 644.

Die Preis-Absatz-Fläche läßt sich nun auch in einem zweidimensionalen System durch Projektion auf die p_1/x_1-Ebene darstellen. Für substitutive Güter erhält man bei wachsender Ausbringung des substitutiven Gutes eine Schar nach unten verschobener Preis-Absatz-Funktionen. Je stärker die Substitutionalität ist, desto breiter ist die Kurvenschar, d.h. desto steiler ist die Steigung der Preis-Absatz-Fläche in der x_1/x_2-Ebene.

Es ergibt sich für substitive Güter somit folgende Preis-Absatz-Funktion:

(2.26) $$p_1 = a_1 - b_{11}x_1 - b_{12}x_2.$$

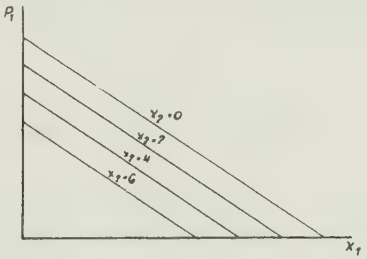


Abb. 2.7a

Bei komplementären Gütern hingegen ergibt die Projektion der Preis-Absatz-Fläche eine Kurvenschar, bei der die entfernter vom Ursprung liegenden Kurven eine größere Absatzmenge des komplementären Gutes 2 darstellen.[1] Es gilt dann die Preis-Absatz-Funktion

1 Vgl. Martin J. Bailey, Price and Output Determination S. 84 und 87.

(2.27) $$p_1 = a_1 - b_{11}x_1 + b_{12}x_2.$$

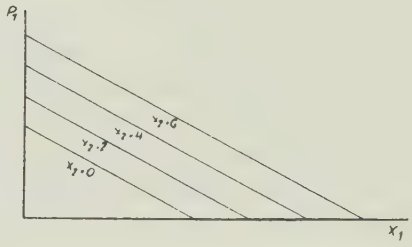


Abb. 2.7b

Wenn die Güter in keiner nachfragemäßigen Beziehung zueinander stehen, dann reduziert sich diese Kurvenschar zu einer einzigen Kurve, zur üblichen Preis-Absatz-Funktion.

bb Die Preis-Absatz-Funktion bei Preispolitik

In der Realität ist die Preis- und nicht die Mengenpolitik vorherrschend.[1] Die Märkte erfordern den Einsatz des Preises als Aktionsparameter.[2] Bei verbundener Nachfrage bedeutet dieses, daß die Absatzmengen grundsätzlich als Funktion der Produktpreise angesehen werden. Es ist also die Nachfragefunktion in der Zwei-Produktunternehmung $x_i = x_i(p_1, p_2)$ für $i = 1,2$.

Wenn die Absatzmenge der Produktart 1 bei Ansteigen des Preises p_1 abnimmt, aber bei einer Erhöhung des Preises p_2 zunimmt, so liegen substitutive Güter vor.

---

1 Vgl. Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 16f.

2 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundzüge, S. 73.

Die Kreuzpreiselastizität $\eta_{x_i,p_j} = \frac{\delta x_i}{\delta p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i}$ ist positiv.

Der Verlauf einer solchen Nachfragefunktion im $x_1/p_1/p_2$-Koordinatensystem zeigt für substitutive Güter eine Fläche, die gegen die p_1-Richtung geneigt ist, in der p_2-Richtung jedoch von der Achse fortstrebt.[1]

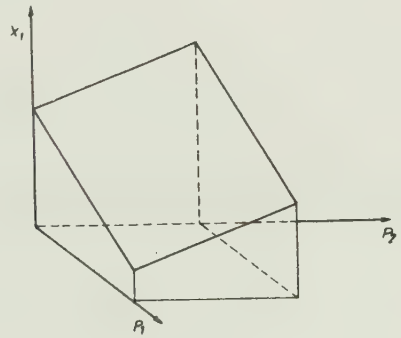


Abb. 2.8a

Bei Komplementarität hingegen führt eine Erhöhung des Preises p_2 zu einem Rückgang der Absatzmenge des Gutes 1. Die Preis-Absatz-Fläche strebt in p_2-Richtung gegen die Abszisse p_2.[2] Die Kreuzpreiselastizität $\eta_{x_i p_j} = \frac{\delta x_i}{\delta p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i}$ ist negativ.

---

1 Vgl. die Darstellung bei Walter Ferner, Modelle, S. 141; C.E. Ferguson, Microeconomic Theory, S. 56; Henry Schultz, The Theory, S. 577.

2 Vgl. Walter Ferner, Modelle, S. 151f.; Henry Schultz, The Theory, S. 577.

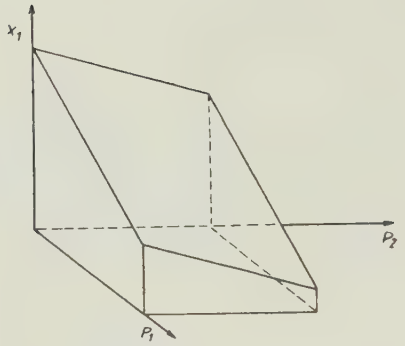


Abb. 2.8b

Durch Projektion auf die x_1/p_1-Ebene ergeben sich folgende Nachfragefunktionen für substitutive Güter

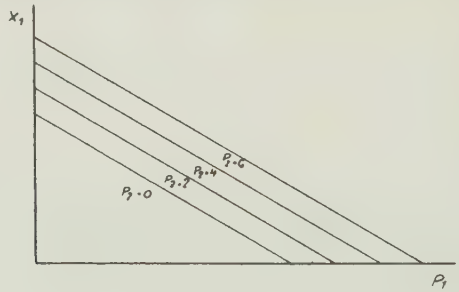


Abb. 2.9a

und für komplementäre Güter

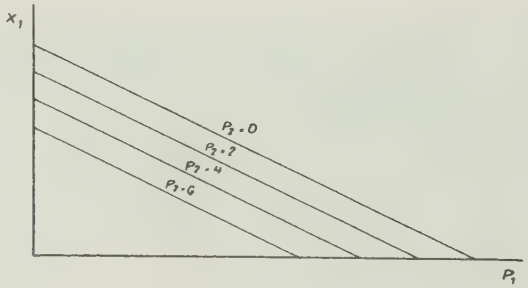


Abb. 2.9b

Diese Nachfragefunktionen haben die Gestalt

(2.28) $$x_1 = h_1 - d_{11}p_1 + d_{12}p_2$$

für substitutive Güter und

(2.29) $$x_1 = h_1 - d_{11}p_1 - d_{12}p_2$$

für komplementäre Güter.

c Der Verlauf der Grenzerlösfunktionen für die einzelne Produktart

Aus den obigen Preis-Absatz-Funktionen lassen sich die Erlösfunktionen für jedes einzelne Produkt ableiten:

(2.30a) $$E_1 = p_1(x_1,x_2)x_1 \quad \text{und}$$

(2.30b) $$E_2 = p_2(x_1,x_2)x_2 \quad .$$

Entsprechend der üblichen Vorgehensweise in der Einproduktunternehmung lassen sich die Grenzerlöse durch partielle Differentiation dieser Erlösfunktionen bestimmen. Die Funktion $\frac{\delta E_1}{\delta x_1} = \frac{\delta E_1}{\delta x_1}(x_1,x_2)$ kennzeichnet Grenzerlösverkäufe für vorgegebene Absatzmengen x_2. Somit läßt sich jeder einzelnen Preis-Absatz-Funktion eine Grenzerlösfunktion zuordnen. Entsprechend den alternativen Absatzmengen des komplementären (substitutiven) Gutes ergibt sich eine Schar von Kurven, die mit wachsender Absatzmenge x_2 sich nach oben (unten) verschieben.

Dies bedeutet, daß bei komplementären (substitutiven)

Gütern und konstanter Ausbringungsmenge x_1 der direkte Grenzerlös von Gut 1 umso größer (kleiner) wird, je größer die Ausbringungsmenge x_2 ist.

Wie in der Theorie der Einproduktunternehmung ist das Erlösmaximum bei vorgegebener Absatzmenge des nachfrageverwandten Gutes dort gegeben, wo die direkte Grenzerlöskurve die Abszisse schneidet, also den Wert Null erreicht.

Die bisherige Betrachtungsweise bezog sich lediglich auf die Auswirkung der Änderung der Absatzmenge auf den Erlös desselben Gutes. Damit ist die Interdependenz zwischen den Gütern und die Auswirkungen auf den Erlös des anderen Gutes noch nicht untersucht worden. Durch die Variation einer Absatzmengenänderung eines Gutes werden aber die Erlöse beider Güter berührt.[1] Die Auswirkung auf den Erlös des anderen Produktes ist $\frac{\delta E_2}{\delta x_1} = \frac{\delta E_2}{\delta x_1}(x_1, x_2)$.

Diese Größe wird von Spilker als Kreuzgrenzerlös bezeichnet.[2] Der Gesamterlös besteht nun aus der Addition der beiden Erlösfunktionen $E=E_1(x_1,x_2) + E_2(x_1,x_2)$. Somit besteht der partielle Grenzerlös eines Gutes aus zwei Komponenten,[3]

$$\frac{\delta E}{\delta x_1} = \frac{\delta E_1}{\delta x_1} \pm \left|\frac{\delta E_2}{\delta x_1}\right| \tag{2.31a}$$

bzw. ausführlicher geschrieben:

---

1 Vgl. Hans Spilker, Die Bestimmung, S. 646; Martin J. Bailey, Price and Output Determination, S.83; Jack Hirshleifer, Economics, S. 98f.

2 Vgl. Hans Spilker, Die Bestimmung, S. 646.

3 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 104; eine Ableitung des partiellen Grenzerlöses in Abhängigkeit vom Preis wird von Herbert Jacob, Preispolitik, S. 122f. und Peter Humbel, Preispolitische Gewinndifferenzierung im Einzelhandel, Diss. Zürich 1958, S. 62ff. vorgenommen.

(2.31b) $$\frac{\delta E}{\delta x_1} = p_1 + x_1 \frac{\delta p_1}{\delta x_1} \pm \left| x_2 \frac{\delta p_2}{\delta x_1} \right| \quad .$$

Der partielle Grenzerlös setzt sich also aus dem direkten und dem Kreuz-Grenzerlös zusammen.

Die obige Ableitung gilt allgemein für Güter verbundener Nachfrage. Ob der partielle Grenzerlös größer oder kleiner als der direkte Grenzerlös ist, ist abhängig davon, ob komplementäre oder substitutive Güter vorliegen.[1]

Der direkte Grenzerlös nimmt mit wachsender Absatzmenge des betrachteten Gutes ab. Entscheidend jedoch für den Verlauf der partiellen Grenzerlöskurve ist der Kreuz-Grenzerlös für komplementäre und substitutive Güter.

Dabei gilt es, allgemein abzuleiten, wie dieser Kreuz-Grenzerlös auf Veränderungen der Absatzmenge x_1 und auf Veränderungen der Absatzmenge des nachfrageverwandten Gutes reagiert.

Der Kreuz-Grenzerlös des Gutes 2 ist $\frac{\delta E_2}{\delta x_1} = \frac{\delta p_2}{\delta x_1} x_2$.
Damit ist die Beziehung zwischen Kreuz-Grenzerlös und Kreuz-Flexibilität[2]

(2.32) $$\frac{\delta E_2}{\delta x_1} = p_2 \frac{\delta p_2}{p_2 \delta x_1} \cdot \frac{x_1}{x_2} \quad .$$

Im Falle komplementärer Verbundenheit ist der Kreuzgrenzerlös meistens positiv, bei substitutiven Gütern hingegen ist er stets negativ.[3]

---

1 Vgl. Hans Spilker, Die Bestimmung, S. 647.

2 Vgl. ebenda, S. 646.

3 Die Tatsache, daß der Kreuzgrenzerlös bei komplementären Gütern in der Regel politiv ist, er aber durchaus auch negativ sein kann, beruht auf den unterschiedlichen Ergebnissen, die durch Preis- und Mengenpolitik entstehen. Vgl. hierzu Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 107; Heinrich von Stackelberg, Marktform und Gleichgewicht, Wien, Berlin 1934, S. 121ff.; ders., Probleme der unvollkommenen Konkurrenz, in: WWA, Bd. 48 (1938), S. 95-141, hier S. 96ff.

Aus diesem Ergebnis läßt sich ableiten, daß der partielle Grenzerlös

$$\frac{\delta E}{\delta x_1} = p_1 + x_1 \frac{\delta p_1}{\delta x_1} \pm \left| x_2 \frac{\delta p_2}{\delta x_1} \right| \qquad (2.31b)$$

bei komplementärem Nachfrageverbund größer und bei substitutiven Nachfragebeziehungen kleiner als der direkte Grenzerlös ist.[1] Dabei ist die Differenz zwischen dem partiellen und dem direkten Grenzerlös gleich der durch die Absatzmengenveränderung des Ausgangsgutes induzierten Erlösänderung des nachfragemäßig verbundenen Gutes.

Mit zunehmender Ausbringungsmenge x_1 sinkt p_1 um Δp_1. Es wird wegen der Komplementaritätsbeziehung auch das Gut 2 in größeren Mengen nachgefragt. Um die Absatzmenge x_2 auf dem Ausgangsniveau zu halten, muß der Preis p_2 um Δp_2 zunehmen.[2] Bei konstanter Absatzmenge x_2, d.h. bei einer Bewegung auf der Preis-Absatz-Funktion, sinkt der direkte Grenzerlös $\frac{\delta E_1}{\delta x_1}$. Der positive Kreuz-Grenzerlös $\frac{\delta E_2}{\delta x_1}$ wird ebenfalls absolut sinken. Der Ausnahmefall gilt indes, wenn die

$$\text{Kreuz-Flexibilität} \quad \eta_{p_1, x_2} = \frac{\delta p_1}{\delta x_2} \cdot \frac{x_2}{p_1} > 1 \quad \text{ist.}$$

In diesem Falle kann das Sinken des direkten Grenzerlöses durch das Ansteigen des Kreuz-Grenzerlöses ausgeglichen werden bzw. überkompensiert werden.[3] Doch allgemein gilt, daß der partielle Grenzerlös bei komplementären Gütern mit zunehmender Absatzmenge x_1 abnehmen wird.

---

1 Vgl. Martin J. Bailey, Price and Output Determination, S. 83f., besonders Fußnote 7.

2 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 105.

3 Vgl. Hans Spilker, Die Bestimmung, S. 647.

Wie verhält sich jetzt der partielle Grenzerlös bei konstantem x_1 und wachsendem x_2? Der direkte Grenzerlös $\frac{\delta E_1}{\delta x_1}$ nimmt bei komplementären Gütern zu, da der Preis p_1 steigt. Der Kreuz-Grenzerlös $\frac{\delta E_2}{\delta x_1} = \frac{\delta p_2}{\delta x_1} x_2$ wird ebenfalls zunehmen. Somit steigt der partielle Grenzerlös bei komplementären Gütern mit steigender Absatzmenge x_2.[1]

Im Falle substitutiver Güter verringert sich entsprechend bei konstantem x_1 der partielle Grenzerlös mit zunehmender Absatzmenge des substitutiven Gutes.

Aus diesem allgemeinen Verlauf ist jetzt jeweils für komplementäre und substitutive Güter die Lage der Preis-Absatz-Funktion, der partiellen und der direkten Grenzerlöskurve zueinander abzuleiten.

Bei komplementären Gütern ist in einem Koordinatensystem mit den Ordinatenbezeichnungen p_1, $\frac{\delta E_1}{\delta x_1}$, $\frac{\delta E}{\delta x_1}$ und der Abszissenbezeichnung x_1 für den Fall einer Absatzmenge $x_2 = 0$ der partielle Grenzerlös gleich dem direkten. Es ist also $\frac{\delta E}{\delta x_1} = \frac{\delta E_1}{\delta x_1}$.

Im Schnittpunkt dieser Grenzerlöskurve für $x_2 = 0$ mit der Ordinate liegt in diesem Spezialfall auch der Höchstpreis p_1.

Da für Absatzmenge $x_2 > 0$ bei komplementären Gütern der partielle Grenzerlös größer als der direkte Grenzerlös ist, bedeutet dieses, daß für alle Werte von $x_2 > 0$ der partielle Grenzerlös oberhalb des

---

1 Vgl. Martin J. Bailey, Price and Output Determination, S. 83. Der partielle Grenzerlös wird von Bailey als "differential revenue" bezeichnet.

direkten Grenzerlöses verläuft.[1] Dabei ist der partielle Grenzerlös z.T. größer als der entsprechende Preis.

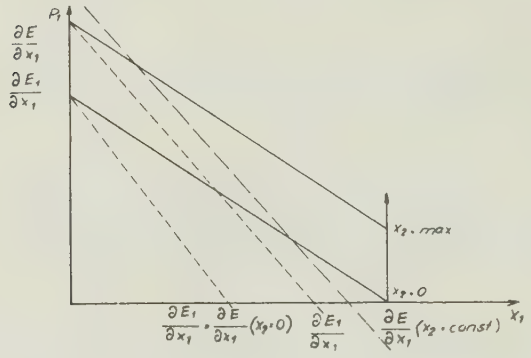


Abb. 2.10a

Für einen substitutiven Nachfrageverbund liegt der partielle Grenzerlös entsprechend unterhalb des direkten Grenzerlöses. Lediglich für den extremen Fall $x_2 = 0$ haben der direkte Grenzerlös, der partielle Grenzerlös und der Preis p_1 den gleichen Ordinatenschnittpunkt. Für alle anderen Werte $x_2 > 0$ liegt der partielle Grenzerlös weit unterhalb des direkten Grenzerlöses und somit auch unterhalb der Preis-Absatz-Funktion.

---

1 Zur zeichnerischen Darstellung vgl. Martin J. Bailey, Price and Output Determination, S. 84; Hans Spilker, Die Bestimmung, S. 648.

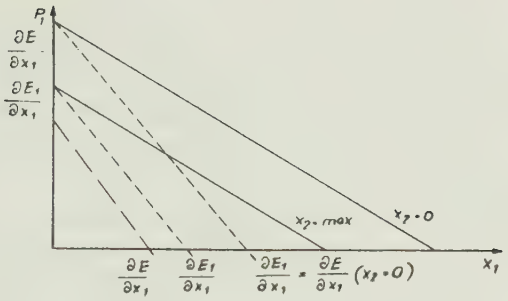


Abb. 2.10b

Bei Preispolitik führt die Erlösfunktion $E = x_1(p_1,p_2)p_1 + x_2(p_1,p_2)p_2$ zu dem partiellen Grenzerlös

$$\frac{\delta E}{\delta p_1} = x_1 + \frac{\delta x_1}{\delta p_1} \cdot p_1 \pm \left| \frac{\delta x_2}{\delta p_1} \cdot p_2 \right| . \tag{2.33}$$

Entsprechend der Definition für nachfrageverwandte Güter ist der partielle Grenzerlös, der durch eine Änderung der Preisforderung um δp_1 verursacht wird, bei Substituten, da der Differentialquotient positiv ist, größer als der direkte Grenzerlös. Bei komplementären Gütern ist er kleiner. Dies gilt für alle Werte von $p_2 > 0$.

Das Erlösmaximum eines Gutes liegt dort, wo die partielle Ableitung des Totalerlöses $E = E_1(x_1,x_2) + E_2(x_1,x_2)$ nach der Absatzmenge eines Gutes, d.h. dort wo $\frac{\delta E}{\delta x_1} = \frac{\delta E_i}{\delta x_i} \pm \left| \frac{\delta E_j}{\delta x_i} \right| = 0$ ist. Bis zum Schnittpunkt der partiellen Grenzerlöskurve mit der Abszisse bedeutet eine Erhöhung der Absatzmenge dieses Gutes eine Erhöhung des Gesamtumsatzes. Bei komplementären Gütern liegt nun dieser Schnittpunkt der partiellen Grenzerlöskurve mit der Abszisse jenseits der Absatzmenge, bei der der direkte Grenzerlös den Wert

Null erreicht. Die Güter fördern sich also gegenseitig im Verkauf. Bei substitutiven Gütern indes liegt der Schnittpunkt der partiellen Grenzerlöskurve mit der Abszisse vor dem Schnittpunkt der direkten Grenzerlöskurve mit der Abszisse. Eine Ausweitung der Absatzmenge dieses Gutes führt also nur bis zum Punkt $\frac{\delta E}{\delta x_1} = 0$ zu einer Erhöhung des Gesamterlöses der Unternehmung. Wird die Absatzmenge über diesen Wert hinaus gesteigert, so erhöht sich nur der Erlös aus dem Absatz dieses Gutes. Insgesamt wird aber wegen des nachfragemäßigen Verbundes zum substitutiven Gut ein Gesamterlösrückgang induziert.[1]

d Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise

da Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei Preispolitik

Die gewinnmaximalen Absatzmengen und damit die gewinnmaximalen Absatzpreise sind durch die Gleichheit von partiellen Grenzerlösen und Grenzkosten zu bestimmen. Eine Gesamtgewinnmaximierung liegt indes erst dann vor, wenn diese Bedingung für sämtliche Güter erreicht ist.

Die Interdependenz der Unternehmensvariablen erfordert, die wechselseitigen Beziehungen zwischen den einzelnen Variablen im Kalkül zu berücksichtigen. Daher ist vom theoretischen Standpunkt zu fordern, daß sämtliche Unternehmensvariablen in einem einzigen Kalkül simultan festgelegt werden, daß eine optimale

1 Vgl. Hans Spilker, Die Bestimmung, S. 648.

"Unternehmensweise im ganzen" bestimmt wird.[1]

Bei der simultanen Bestimmung der optimalen Preise sei unterstellt, daß alle Mengen x_i und alle Preise p_i positiv und das alle $\frac{\delta x_i}{\delta p_i}$ negativ sind.

Für die Unternehmung möge nun folgende Preis-Absatz-Funktion gelten:[2]

$$x_i = x_i(p_1, p_2, \ldots, p_n) \qquad \text{für } i=1,\ldots,n. \tag{2.34}$$

Die Gesamtkostenfunktion hat die allgemeine Form:

$$K = K(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{2.35}$$

Als Erlösfunktion ergibt sich.

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i = p_i \, x_i(p_1, p_2, \ldots, p_n). \tag{2.36}$$

Das Gesamtgewinnmaximum ist dann erreicht, wenn alle partiellen Grenzgewinne gleich Null sind:

$$\frac{\delta G}{\delta p_1} = \frac{\delta G}{\delta p_2} = \ldots = \frac{\delta G}{\delta p_i} = \ldots = \frac{\delta G}{\delta p_n} = 0. \tag{2.37}$$

Differenziert man den Gewinn

$$\begin{aligned} G &= G(p_1, \ldots, p_n) \\ &= \sum_{i=1}^{n} p_i x_i(p_1, p_2, \ldots, p_n) - K(x_1, \ldots, x_n) \end{aligned} \tag{2.38}$$

---

1 Vgl. Helmut Koch, Die Theorie der Unternehmung als Globalanalyse, S. 387ff.

2 Zur Ableitung vgl. Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 39ff.; Jürg Niehans, Preistheoretischer Leitfaden für Verkehrswissenschaftler, in: Schweizerisches Archiv für Verkehrswissenschaft und Verkehrspolitik, 11. Jg. (1956), S. 293-320.

partiell nach dem Preis p_1, so ergibt sich[1]

$$\frac{\delta G}{\delta p_1} = x_1 + \sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_1} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta K}{\delta x_i} \frac{\delta x_i}{\delta p_1} \tag{2.39a}$$

bzw.

$$\frac{\delta G}{\delta p_1} = x_1 + \frac{\delta x_1}{\delta p_1} p_1 + \sum_{i=2}^{n} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_1} - \left\{ \frac{\delta K}{\delta x_1} \frac{\delta x_1}{\delta p_1} + \sum_{i=2}^{n} \frac{\delta K}{\delta x_i} \frac{\delta x_i}{\delta p_1} \right\}. \tag{2.39b}$$

Hierbei stellt der Ausdruck $x_1 + \frac{\delta x_1}{\delta p_1} p_1$ den Grenzerlös des Gutes 1 dar, und zwar in bezug auf Preisänderungen des Gutes 1. Die Änderung des durch die Preisvariation p_1 hervorgerufenen Kreuz-Grenzerlöses wird durch den Ausdruck

$\sum_{i=2}^{n} p_i \frac{\delta x_i}{\delta p_1}$ wiedergegeben. Entsprechend stellt

$\frac{\delta K}{\delta x_i} \frac{\delta x_1}{\delta p_1}$ die Grenzkosten des Produktes 1 dar und

$\sum_{i=2}^{n} \frac{\delta K}{\delta x_i} \frac{\delta x_i}{\delta p_1}$ die durch Preisvariation indirekt hervorgerufene Kostenänderung bei allen anderen Produkten.

Diese Ableitung stellt die Gleichheit von Grenzerlöser und Grenzkosten in bezug auf die Preise her. Dieser Zusammenhang läßt sich auch durch eine Relation von

---

1 Vgl. Peter Humbel, Preispolitische Gewinndifferenzierung, S. 64.

Preisen, Grenzkosten und Nachfrageelastizitäten darstellen,[1] so daß eine Verallgemeinerung der für das Einproduktproblem geltenden Amoroso-Robinson-Relation für den Mehrproduktfall besteht.[2]

Die Elastizität der Nachfrage von x_i in bezug auf den Preis p_1 ist $\eta_{i1} = \frac{\delta x_i}{x_i} \frac{p_1}{\delta p_1}$. Für den Fall, daß $i = 1$ ist, liegt die direkte Preiselastizität vor. Für alle Werte $i \neq 1$ gibt diese Definition Kreuzpreiselastizitäten des Gutes i bei Preisänderungen des Gutes 1 an.

Da $\frac{\delta G}{\delta p_1} = 0$ ist, ergibt sich durch Multiplikation von (2.39b) mit p_1

$$\text{(2.40a)} \qquad \frac{\delta G}{\delta p_1} p_1 = 0 = x_1 p_1 + \sum_{i=1}^{n} p_i \frac{p_1 \delta x_i}{\delta p_1} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta K}{\delta x_i} p_1 \frac{\delta x_i}{\delta p_1} .$$

Nun ist $\frac{p_1 \delta x_i}{\delta p_1} = \eta_{i1} x_i$ und somit

$$\text{(2.40b)} \qquad \frac{\delta G}{\delta p_1} p_1 = 0 = x_1 p_1 + \sum_{i=1}^{n} p_i \eta_{i1} x_i - \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta K}{\delta x_i} x_i \eta_{i1} .$$

Hieraus folgt für den optimalen Preis:

$$\text{(2.41)} \qquad p_{1opt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta K}{\delta x_i} x_i \eta_{i1}}{x_1 + x_1 \eta_{11}} - \frac{\sum_{i=2}^{n} p_i x_i \eta_{i1}}{x_1 + x_1 \eta_{11}} .$$

Wenn man nun zwischen direkter Preiselastizität und Kreuzpreiselastizität trennt, so erhält man

---

1 Vgl. Peter Humbel, Preispolitische Gewinndifferenzierung, S. 64; Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 40.

2 Vgl. Jürg Niehans, Preistheoretischer Leitfaden, S. 293ff.

$$(2.42a) \qquad p_{1opt} = \frac{\frac{\delta K}{\delta x_1} x_1 \eta_{11}}{x_1(1+\eta_{11})} + \frac{\sum_{i=2}^{n} \frac{\delta K}{\delta x_i} x_i \eta_{i1} - \sum_{i=2}^{n} p_i x_i \eta_{i1}}{x_1(1+\eta_{11})}$$

bzw.

$$(2.42b) \qquad p_{1opt} = \frac{\frac{\delta K}{\delta x_1}}{1+\frac{1}{\eta_{11}}} - \frac{1}{x_1(1+\eta_{11})} \sum_{i=2}^{n} x_i \eta_{i1}(p_i - \frac{\delta K}{\delta x_i}) .$$

Es läßt sich der optimale Preis entsprechend für jede Produktart unter der Annahme bestimmen, daß jeweils die Preise der anderen Güter bekannt sind. Da ein System von n Gleichungen vorliegt, lassen sich die optimalen Preise aller Produkte simultan ermitteln.[1] Die obige Formel gilt nur für $\eta_{11} \neq -1$. Sonst würden beide Summanden unbestimmt sein.[2]

Eine andere Möglichkeit der Betrachtung besteht darin, die Marginalbedingung

$$(2.39a) \qquad \frac{\delta G}{\delta p_i} = x_i + \sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\delta x_j}{\delta p_i} - \sum_{j=1}^{n} \frac{\delta K}{\delta x_j} \frac{\delta x_j}{\delta p_i} = 0$$

unter Verwendung der "Gewinnspanne" $g_j = p_j - \frac{\delta K}{\delta x_j}$ in folgender Form zu schreiben:[3]

---

1 Vgl. Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 41

2 Vgl. R.G.D. Allen, Mathematik, S. 373ff, Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 44.

3 Bei Differentiation des Gewinns nach der Menge ergibt sich $\frac{\delta G}{\delta x_i} = p_i + \sum_{j=1}^{n} x_j \frac{\delta p_j}{\delta x_i} - \frac{\delta K}{\delta x_i} = 0$ bzw.

$$(2.44b) \qquad \frac{\delta G}{\delta x_i} = g_i + \sum_{j=1}^{n} x_j \frac{\delta p_j}{\delta x_i} = 0.$$

$$\frac{\delta G}{\delta p_i} = x_i + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} g_j \frac{\delta x_j}{\delta p_i} = 0. \tag{2.43}$$

Wenn man diese Gleichung nach g_i auflöst, so ergibt sich:[1]

$$g_i = - \frac{x_i}{\frac{\delta x_i}{\delta p_i}} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} g_j \frac{\delta x_j \delta p_i}{\delta p_i \delta x_i} \quad . \tag{2.44a}$$

Diese "price offer variation costs"[2] geben in dem von Holdren verallgemeinerten Fall der Mehrproduktunternehmung nur eine andere Formulierung der Marginalbedingungen wieder. Es muß im Gewinnmaximum die sogenannte Gewinnspanne gleich sein den Preisvariationskosten. Hierbei erscheint die Definition dieser Preisvariationskosten von Holdren speziell zur Erklärung dieser Marginalbedingungen erforderlich zu sein.[3] Die ökonomische Interpretation ist indes inhaltsleer.

db Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei Mengenpolitik

Bei Mengenpolitik gilt bei Vorliegen des Nachfragezusammenhanges die Preis-Absatz-Funktion

$$p_i = p_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad (i=1,\ldots,n) \; . \tag{2.45}$$

---

1 Vgl. Bob R. Holdren, The Structure of a Retail Market and the Market Behavior of Retail Units, Englewood Cliffs, N.J. 1960, S. 128. Reinhard Selten, Preispolitik der Mehrproduktunternehmung in der statischen Theorie, Berlin, Heidelberg, New York, 1970, S. 48.

2 Zum Begriff Vgl. T. Scitovski, Welfare and Competition, Chicago, Ill. 1951, S. 263.

3 Vgl. Reinhard Selten, Preispolitik, S. 48.

Für den Erlös des gesamten Sortiments gilt

$$E(x_1,x_2,\ldots,x_n) = \sum_{i=1}^{n} p_i(x_i,x_2,\ldots,x_n)x_i \quad . \tag{2.46}$$

Die Gesamtkosten mögen sein:

$$K = K(x_1,x_2,\ldots,x_n) \quad . \tag{2.47}$$

Folglich ist die Gewinnfunktion

$$G(x_1,x_2,\ldots,x_n) = \sum_{i=1}^{n} p_i(x_1,\ldots,x_n)x_i - K(x_1,\ldots,x_n) \quad . \tag{2.48}$$

Differenziert man die Gewinnfunktion jetzt partiell nach den Mengen, so erhält man das Gewinnmaximum, wenn gilt[1]

$$\frac{\delta G}{\delta x_1} = \frac{\delta G}{\delta x_2} = \ldots = \frac{\delta G}{\delta x_i} = \ldots = \frac{\delta G}{\delta x_n} = 0 \quad . \tag{2.49}$$

Unter der Annahme kostenmäßiger Unabhängigkeit lautet die notwendige ausführliche Bedingung für das Optimum

$$\frac{\delta G}{\delta x_i} = p_i + \sum_{j=1}^{n} x_j \frac{\delta p_j}{\delta x_i} - \frac{\delta K}{\delta x_i} = 0. \tag{2.50a}$$

Für einen Zwei-Güter-Fall hat die notwendige Bedingung folgende Gestalt:

$$\frac{\delta G}{\delta x_1} = p_1 + x_1\frac{\delta p_1}{\delta x_1} + x_2\frac{\delta p_2}{\delta x_1} - \frac{\delta K}{\delta x_1} = 0. \tag{2.50b}$$

und

---

1 Zur Ableitung vgl. Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 104.

$$\frac{\delta G}{\delta x_2} = p_2 + x_2 \frac{\delta p_2}{\delta x_2} + x_1 \frac{\delta p_1}{\delta x_2} - \frac{\delta K}{\delta x_2} = 0 \quad . \tag{2.50c}$$

Eine Auflösung der partiellen Ableitungen nach den Absatzpreisen ergibt:

$$p_1 = \frac{\delta K}{\delta x_1} - x_1 \frac{\delta p_1}{\delta x_1} - x_2 \frac{\delta p_2}{\delta x_1} \tag{2.51a}$$

und

$$p_2 = \frac{\delta K}{\delta x_2} - x_2 \frac{\delta p_2}{\delta x_2} - x_1 \frac{\delta p_1}{\delta x_2} \quad . \tag{2.51b}$$

Für eine graphische Bestimmung dieser optimalen Absatzpreise bieten sich zwei Lösungswege an. Einmal läßt sich die gewinnmaximale Absatzpreiskombination durch die Gleichheit von partiellen Grenzerlösen und Grenzkosten für sämtliche Güter bestimmen. Diese Darstellungsform wird von Spilker und Bailey gewählt.[1] Eine andere Möglichkeit der Darstellung besteht darin, die durch eine Mengenänderung des Gutes j bedingte Erlösänderung des Gutes i, also den Kreuz-Grenzerlös, den Grenzkosten des Gutes j zuzuordnen. Diese Lösung wählt R.H. Coase.[2] Der Ansatz von Coase beruht indes nur auf einer Umformung des Optimalitätskriteriums. Die Bedingung

$$p_1 + x_1 \frac{\delta p_1}{\delta x_1} + x_2 \frac{\delta p_2}{\delta x_1} = \frac{\delta K}{\delta x_1} \tag{2.50b}$$

---

1 Vgl. Hans Spilker, Die Bestimmung, S. 652; sowie Martin J. Bailey, Price and Output Determination, S. 86f.

2 Vgl. R.H. Coase, Monopoly Pricing with Interrelated Costs and Demands, in: Economica, NS, Vol. XIII (1946) S. 278-294, hier S. 286f. Zur Darstellung vgl. auch Helmut Wittlage, Probleme der Preisdifferenzierung, Diss. Münster 1965, S. 99ff. Wittlage verwendet jedoch dieses Verfahren zur Bestimmung der gewinnmaximalen Preise bei Preisdifferenzierung auf Teilmärkten, zwischen denen zirkulare Verbundenheit besteht.

ist identisch mit der Bedingung

$$(2.50b^{+}) \qquad p_1 + x_1 \frac{\delta p_1}{\delta x_1} = \frac{\delta K}{\delta x_1} - x_2 \frac{\delta p_2}{\delta x_1} \quad .$$

dc Das Problem der Umkehrbarkeit der Preis-Absatz-Funktion bei Mengen- und Preispolitik

Heinrich von Stackelberg hat nachgewiesen, daß unterschiedliche Annahmen über die Parameterpolitik (Preis- oder Mengenpolitik) bei Konkurrenzmarktformen zu unterschiedlichen Gewinnen und damit zu unterschiedlichen Absatzmengen und Marktpreisen führen.[1]

In Konkurrenzmarktformen ist der Einsatz des Preises als Aktionsparameter zwingend erforderlich.[2] Indes lassen sich die meisten preistheoretischen Modelle auf der Grundlage der Mengenpolitik formulieren. Diese Modelle sind leichter überschaubar. Hierdurch wird nicht unbedingt unterstellt, daß der Unternehmer Mengenpolitik betreibt, sondern es wird zu der gewinnmaximalen Mengenkombination der zugehörige Preis gefordert.[3]

Bei verbundener Nachfrage innerhalb der Mehrproduktunternehmung ist der Gewinn bei Preis- und Mengenpolitik identisch. Es ist aber die Frage, ob die Nachfragefunktion $x_i = x_i(p_1,\ldots,p_n)$ umkehrbar ist, d.h., ob aus dieser Funktion $p_i = p_i(x_1,\ldots,x_n)$ wird. Wird somit aus der Umkehrung des Nachfragezusammenhanges der Differentialquotient $\frac{\delta x_i}{\delta p_j} > 0$ für Substitute bei Preispolitik wieder zu einem Mengensubstitut,

---

1 Vgl. Heinrich von Stackelberg, Marktform und Gleichgewicht, S. 121ff.; ders., Probleme der unvollkommenen Konkurrenz, S.96ff., besonders S. 100.

2 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundzüge, S. 73.

3 Vgl. ebenda, S. 74.

d.h. gilt $\frac{\delta p_i}{\delta x_j} < 0$? Entsprechend lautet die Frage: Wird aus dem Preiskomplement $\frac{\delta x_i}{\delta p_j} < 0$ ein Mengenkomplement $\frac{\delta p_i}{\delta x_j} > 0$?

Die partiellen Differentialquotienten $\frac{\delta p_i}{\delta x_j} \lesseqgtr 0$ geben nach R. Selten die inverse Substitutionalität und Komplementarität wieder.[1]

Für den Fall, daß nur zwei Güter betrachtet werden, besteht zwischen dem Nachfrageverbund bei Preis- und Mengenpolitik (direktem und inversem Nachfrageverbund) kein Unterschied.[2]
Es haben dann $\frac{\delta x_i}{\delta p_j}$ und $\frac{\delta p_i}{\delta x_j}$ entgegengesetzte Vorzeichen. Indes trifft diese Übereinstimmung für drei und mehr Güter nicht mehr allgemein zu. Dies läßt sich an folgendem Beispiel zeigen.

(2.52a) $$\frac{\delta x_i}{\delta p_j} = \begin{pmatrix} -0{,}96 & -0{,}2 & -0{,}4 \\ -0{,}2 & -1{,}5 & -0{,}5 \\ -0{,}4 & -0{,}5 & -1 \end{pmatrix}$$

(2.52b) $$\frac{\delta p_i}{\delta x_j} = \begin{pmatrix} -1{,}25 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & -0{,}8 & 0{,}4 \\ 0{,}5 & 0{,}4 & -1{,}4 \end{pmatrix}$$

Aus diesem Beispiel ist ersichtlich, daß eine totale Preiskomplementarität nicht unbedingt eine totale Mengenkomplementarität impliziert.[3] Indes folgt aus

---

1 Vgl. Reinhard Selten, Preispolitik, S. 37.

2 Diese Annahme macht auch Bailey; vgl. Martin J. Bailey, Price and Output Determination, S. 89.

3 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundzüge, S. 78.

einer Preissubstitutionalität eine Mengensubstitutionalität,[1] und zwar unter der Annahme negativer sowie überwiegender unmittelbarer Preiswirkungen.

Hierbei spricht man von einer überwiegenden unmittelbaren Preiswirkung dann, wenn folgende Beziehung gilt:[2]

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \left|\frac{\delta x_i}{\delta p_j}\right| < \left|\frac{\delta x_i}{\delta p_i}\right| \qquad \text{für } i=1,\ldots,n \; . \tag{2.53}$$

Für den Zwei-Güter-Fall gilt

$$\frac{\delta p_i}{\delta x_j} = -\frac{1}{|N|}\,\frac{\delta x_j}{\delta p_i} \quad \text{mit} \quad |N| = \begin{vmatrix} \frac{\delta x_1}{p_1} & \frac{\delta x_1}{p_2} \\ \frac{\delta x_2}{\delta p_1} & \frac{\delta x_2}{\delta p_2} \end{vmatrix} \tag{2.54}$$

Dann ist unter den obigen Voraussetzungen die Determinante stets positiv. Somit folgt aus der normalen Nachfragereaktion bei Preispolitik die normale Nachfragereaktion bei Mengenpolitik und vice versa.

Diese Aussage gilt nicht mehr für mehr als zwei Güter. Dann ist z.B. bei

$$|N| = \begin{vmatrix} \frac{\delta x_1}{\delta p_1} & \frac{\delta x_1}{\delta p_2} & \frac{\delta x_1}{\delta p_3} \\ \frac{\delta x_2}{\delta p_1} & \frac{\delta x_2}{\delta p_2} & \frac{\delta x_2}{\delta p_2} \\ \frac{\delta x_3}{\delta p_1} & \frac{\delta x_3}{\delta p_2} & \frac{\delta x_3}{\delta p_3} \end{vmatrix} \tag{2.55}$$

---

1 Vgl. zum Beweis Reinhard Selten, Preispolitik, S. 38f.

2 Vgl. ebenda, S. 24.

entsprechend das Vorzeichen der einzelnen Elemente der inversen Matrix, durch die Matrizenoperation bedingt, nicht immer dem der Ausgangsmatrix entgegengesetzt.

Dies bedeutet, daß die Mengensubstitutionalität aus der Preissubstitutionalität folgt. Ebenso hat die Mengenkomplementarität die Preiskomplementarität zur Folge.[1] Indes gilt nicht allgemein, wie das Beispiel zeigt, daß die Preiskomplementarität die Mengenkomplementarität impliziert.

Der Wechsel von der Preis- zur Mengenpolitik, d.h. eine Umkehrbarkeit des Nachfragezusammenhanges, ist also nur unter den genannten Bedingungen möglich.

e Die Aussagen der Literatur über die Auswirkungen von Substitutionalität und Komplementarität auf den gewinnmaximalen Absatzpreis

In der Ableitung von Niehans und Borchardt (2.42b) gibt der zweite Summand die Differenz des gewinnmaximalen Absatzpreises zum Monopolpreis der Einproduktunternehmung an.[2] Dabei kann nach Borchardt dieser Absatzpreis für verbundene Nachfrage größer oder kleiner als der Monopolpreis sein. Denn im Falle der Einproduktunternehmung ist $\eta_{i1} = 0$. Dann ist der zweite Term auf der rechten Seite der Formel (2.42b) gleich Null. Die Formel für den optimalen Absatzpreis reduziert sich auf die Amoroso-Robinson-Relation der Einproduktunternehmung. Es ist dann

---

1 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundzüge, S. 78; Reinhard Selten, Preispolitik, S. 39.

2 Vgl. Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 41.

$$p_1 = \frac{\frac{\delta K}{\delta x_1}}{1 + \frac{1}{\eta_{11}}} \qquad (2.56)$$

Die Kreuzpreiselastizität $\eta_{i1} = \frac{\delta x_1}{\delta p_i} \frac{p_i}{x_1}$ gibt für $\eta_{i1} < 0$ die Stärke der Nachfrageverbundenheit bei komplementären Gütern und für $\eta_{i1} > 0$ bei substitutiven Gütern an. Bei Substitutionalität ist der gewinnmaximale Preis für Gut 1 größer als bei unverbundener Nachfrage, dabei muß im Fall von zwei Gütern der Wert der direkten Preiselastizität $\eta_{11} < -1$ sein.[1] Die Absatzmenge bei substitutiven Gütern ist bei dieser Interpretation niedriger als bei unverbundener Nachfrage "bei sonst gleichen Preis-Absatzfunktionen".[2] Entsprechend ist bei komplementären Nachfragebeziehungen der Absatzpreis geringer als bei unverbundener Nachfrage.

Aus diesem Ergebnis wird von H.H. Weber die Folgerung gezogen, daß bei Vernachlässigung eines bestehenden substitutiven Nachfrageverbundes der Kauf dieser Güter i.d.R. für die Konsumenten günstiger ist als bei Berücksichtigung dieser Nachfragebeziehungen, und daß somit der Unternehmer sich nicht gewinnmaximal verhält.[3]

Bei Vorliegen nachfragemäßiger Verwandtschaft kann der gewinnmaximale Absatzpreis eines Gutes unter-

---

1 Vgl. Peter Humbel, Preispolitische Gewinndifferenzierung, S. 65; Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 44.

2 Vgl. Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 106. Weber leitet dieses Ergebnis bei Mengenpolitik ab.

3 Vgl. ebenda, S. 106f. Weber vergleicht den Absatz nachfrageverwandter Güter über einen Monopolisten mit dem Absatz über mehrere Händler, wobei jeder Händler nur ein Gut absetzt und den Nachfrageverbund nicht berücksichtigt.

halb der Grenzkosten liegen. Die Bedingungen für den Eintritt dieses Resultats lassen sich aus (2.44b), der Gleichung für die optimale Gewinnspanne, ableiten. Diese Gewinnspanne ist

$$(2.57) \qquad g_i = -\sum_{j=1}^{n} x_j \frac{\delta p_j}{\delta x_i} \qquad \text{für } i=1,\ldots,n \ .$$

Im Falle der Substitutionalität sind alle partiellen Ableitungen $\frac{\delta p_j}{\delta x_i}$ nichtpositiv. Da nur ein Absatz bei positivem x_i erfolgt, ist somit die Gewinnspanne im Falle der Substitutionalität stets positiv. Der Preis eines Gutes liegt stets über den Grenzkosten.

Eine negative Gewinnspanne, d.h. der Verkauf der Produkte unter Grenzkosten, ist somit nur bei Komplementarität und der grundsätzlichen Annahme überwiegend negativer unmittelbarer Preiswirkungen möglich.[1] Die direkte Preiselastizität η_{11} ist in diesem Fall kleiner als -1. Im Extremfall ist es sogar möglich, daß ein für das gesamte Sortiment gewinnmaximaler Preis bei einer Preiselastizität $\eta_{11} > -1$ eintritt. Es werden dann negative Grenzerlöse für dieses Produkt erzielt. Dieses "Verschenken" der Ware kann erforderlich sein, um den Gesamtgewinn zu steigern.[2]

Nun können indes nicht alle Produkte eine negative Gewinnspanne aufweisen. Da der Gesamtgewinn maximiert wird, bedeutet dieses, daß mindestens eine Gewinnspanne positiv ist.[3] Dabei überwiegt das Produkt aus positiver Gewinnspanne mal Absatzmenge die möglichen negativen Gesamtdeckungsbeiträge aller anderen Produkte.

---

1 Vgl. Reinhard Selten, Preispolitik, S. 50.

2 Die erste analytische Untersuchung über die Bedingungen, bei denen ein Produkt mit Verlust verkauft werden kann, um den Gewinn der Unternehmung zu steigern, erfolgte durch Roos. (vgl. Charles Frederick Roos, Dynamic Economics, Bloomington, 1934, S. 128 - 147).

3 Vgl. Reinhard Selten, Preispolitik, S. 50.

Der Unternehmung werden also die im Betriebsprozeß entstandenen Leistungen z.T. nicht durch den Marktpreis vergütet. Unterschiedliche Teilerfolge werden so ausbalanciert, daß ein Erfolgsausgleich innerhalb des Sortiments eintritt,[1] und zwar dergestalt, daß der Gesamtgewinn maximiert wird. Diese absatzpolitischen Überlegungen umfassen die gesamte Breite des angebotenen Sortiments. Ein derartiger Ausgleich wird in der Literatur als kalkulatorischer oder preispolitischer Ausgleich bezeichnet.[2]

In der Literatur wird das Problem des kalkulatorischen Ausgleichs noch in anderer Form gefaßt. So definiert

---

1 Vgl. Rudolf Gümbel, Die Sortimentspolitik in den Betrieben des Wareneinzelhandels, Köln und Opladen 1963, S. 214 sowie Peter Humbel, Preispolitische Gewinndifferenzierung, S. 48.

2 Die Terminologie ist in der betriebswirtschaftlichen Literatur nicht einheitlich. Es finden sich die Begriffe: Kalkulatorischer Ausgleich, Kompensationskalkulation, Ausgleichskalkulation, Sortimentskalkulation, preispolitischer Ausgleich, selektive Preisunterbietung, Loss-Leader-Selling, innerbetrieblicher Gewinnausgleich, preispolitische Gewinndifferenzierung. Vgl. z.B. Carl Ruberg, Kostenprinzip und Wertprinzip bei der Kalkulation im Einzelhandel, in: ZfhF, NF, 1.Jg. (1949), S.193-206; ders., Der Einzelhandelsbetrieb, Essen 1951; Rudolf Seyffert, Wirtschaftslehre des Handels, Köln und Opladen 1957; Edmund Sundhoff, Die Handelsspanne, Köln und Opladen 1951; Herbert Vormbaum, Differenzierte Preise, Köln und Opladen 1960; Konrad Mellerowicz, Kalkulatorischer Ausgleich, in: HdB, 3. Aufl., Bd. 2, Stuttgart 1958, Sp. 2929ff. Peter Humbel, Preispolitische Gewinndifferenzierung, S. 47-49; Erich Gutenberg, Der Absatz, S. 356ff.; Herbert Hax, Vertikale Preisbindung in der Markenartikelindustrie, Köln und Opladen 1961; Gerhard Schmitz, Kalkulatorischer Ausgleich als betriebspolitische Aufgabe der Handelsunternehmung, in: Distributionswirtschaft, Beiträge aus den Gebieten der Absatz-, Handels- und Beschaffungswirtschaft, Gemeinschaftliche Gabe von Mitarbeitern Kölner Institutionen für Professor Dr. Dr. h.c. Rudolf Seyffert zu seinem 75. Geburtstag, hrsg. von Edmund Sundhoff, Köln und Opladen 1968, S. 1-27.

Horacek den kalkulatorischen Ausgleich wie folgt: "Der kalkulatorische Ausgleich ist ein System preispolitischer Stützungsmaßnahmen, in dem eine bestimmte Anzahl von Ausgleichsgliedern zusammengefaßt werden, wobei die Stützung der Ausgleichsnehmer durch die Ausgleichsträger planmäßig in einer bestimmten Zeitspanne derart durchgeführt wird, daß die Bewegung der negativen einen Reflex der positiven Komponente bewirkt mit dem endgültigen Ziel genereller Kostendeckung".[1] Dieser Definition[2] liegt die Vorstellung zugrunde, daß für die Preissetzungen das Kostenprinzip befolgt wird, wobei der kalkulatorische Ausgleich darüber hinaus die Preisbildung bestimmt.[3]

---

1 Max Horacek, Der kalkulatorische Ausgleich, Wien 1950, S. 11.

2 Als Methode der Kostendeckung wird der kalkulatorische Ausgleich auch von Erich Bender angesehen (vgl. Erich Bender, Der kalkulatorische Ausgleich, Diss. Berlin, 1941, S. 9f.).

3 Die Preisfestsetzung nach dem Kostenprinzip erfolgt dadurch, daß im Handelsunternehmen allen Einkaufspreisen entsprechend dem Verursachungsprinzip variable Kostensätze zugeschlagen werden. Indes ist eine Schlüsselung der Gemeinkosten nach dem Verursachungsprinzip unmöglich. Um die Marktseite zu berücksichtigen, wird als Alternative hierzu eine Schlüsselung nach dem Kostentragfähigkeitsprinzip vorgeschlagen. (Vgl. Peter Humbel, Preispolitische Gewinndifferenzierung, S. 47; Konrad Mellerowicz, Kostenrechnung, II. Bd., 2. Teil, Berlin 1958, S. 25; Karl Christian Behrens, Betriebswirtschaftslehre des Außenhandels, Essen 1957, S. 152; Herbert Vormbaum, Differenzierte Preise, S. 166ff.) Doch setzt das Prinzip der Kostentragfähigkeit bereits eine Kenntnis des zu bildenden Preises und somit der Handelsspanne voraus, um die Gemeinkosten zu verteilen. (Vgl. Horst Albach, Zur Sortimentskalkulation im Einzelhandel, in: Handelsbetrieb und Marktordnung, Festschrift Carl Ruberg zum 70. Geburtstag, Wiesbaden 1962, S. 13-40, hier S. 21.)

Nun wird der Preis im Mehrproduktunternehmen nicht kalkuliert. "Er ist nicht nur eine Funktion der Kosten, sondern auch der Marktverhältnisse."[1] Aus diesem Grunde spricht Gutenberg vom preispolitischen Ausgleich.

Die Beachtung der Marktform wird in der Literatur als Preisbestimmung nach dem Wertprinzip bezeichnet.[2] Es wird der optimale Absatzpreis und die optimale Absatzmenge unter Beachtung der Interdependenzen zwischen den Produkten festgelegt. Diese Preisbestimmung kann, wenn es der Unternehmung gestattet ist,[3] unter der Annahme der Gewinnmaximierung und der wirksamen Ausnutzung aller Nachfrageinterdependenzen zu Unterkostenverkäufen führen.[4]

In der kaufmännischen Praxis werden diese unter Grenzkosten verkauften Güter als Lockvogel, Lockartikel, Zugartikel oder auch als Loss-Leader bezeichnet.[5] Ist ein solcher Zugartikel nachfrageempfindlich und liegt zusätzlich ein starker komplementärer Verbund zu den anderen Gütern vor, so läßt sich sagen: "A good loss-leader is always a profit leader."[6]

---

1 Erich Gutenberg, Der Absatz, S. 357.

2 Vgl. Carl Ruberg, Kostenprinzip und Wertprinzip, S. 200ff.

3 Die Rechtsordnung stellt eine Einengung des Handlungsspielraumes des Unternehmers dar. Denn die sog. "Anti-Loss-Leader-Gesetzgebung" sieht den Verkauf bekannter - nicht preisgebundener - Markenartikel unter Einkaufspreis als Verstoß gegen den § 3 UWG an, sofern damit eine irreführende Werbung beabsichtigt ist, d.h. daß die günstige Preisstellung eines Gutes als beispielhaft und kennzeichnend für die gesamte Preisstellung des Werbenden zu erblicken ist.

4 Vgl. Erich Gutenberg, Der Absatz, S. 358; Horst Albach, Zur Sortimentskalkulation, S. 39.

5 Vgl. Rudolf Gümbel, Die Sortimentspolitik, S. 224.

6 George J. Stigler, The Theory of Price, S. 314.

Ein Gut kann hingegen auch dann eine negative Gewinnspanne aufweisen, wenn zu allen anderen Gütern, wobei mindestens drei Güter vorliegen müssen, eine Preissubstitutionalität besteht. Die Ableitungen von Humbel und Borchardt[1] lassen dieses Ergebnis nicht erkennen. Eine solche besondere Situation tritt z.B. dadurch ein, daß zwei Güter Preissubstitute sind, sie sich aber bei Mengenpolitik als Komplemente verhalten.[2]

Borchardt geht davon aus, daß bei substitutionaler Beziehung eines Gutes zu allen übrigen Gütern der Preis bei verbundener Nachfrage unter der Annahme $\eta_{11} < -1$ größer ist als bei unverbundener Nachfrage.[3] Borchardt unterstellt also grundsätzlich, daß ein gewinnmaximaler Preis nur im Bereich der Preiselastizität $-\infty < \eta_{11} < -1$ auftreten kann. Nun behauptet Selten, daß ein Optimum auch in dem Fall auftreten kann, daß $\eta_{11} > -1$ ist. Hierbei betrachtet Selten den Monopolfall der Mehrproduktunternehmung ohne Kosten.[4] In diesem Sonderfall reduziert sich, anders als bei Selten, die Formel (2.42b) auf die Form

$$p_i = -\frac{1}{x_i(1+\eta_{ii})} \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} p_j x_j \eta_{ji} \qquad (2.58a)$$

bzw.

$$x_i(1+\eta_{ii}) = -\frac{1}{p_i} \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{n} p_j x_j \eta_{ji} \,. \qquad (2.58b)$$

---

1 Vgl. Peter Humbel, Preispolitische Gewinndifferenzierung, S. 64ff.; Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 39ff.

2 Vgl. zu dieser Aussage das Zahlenbeispiel von Reinhard Selten (vgl. Reinhard Selten, Preispolitik, S. 52ff.).

3 Vgl. Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 44.

4 Vgl. Reinhard Selten, Preispolitik, S. 55, Fußnote 14.

Die Schlußfolgerung Seltens, daß alle η_{ji} negativ sind, und somit die rechte Seite der obigen Gleichung positiv ist, gilt indes nur für den Fall der Komplementarität. In diesem Fall muß die direkte Preiselastizität $\eta_{ii} > -1$ sein. Die Aussage Borchardts hingegen gilt für den Fall der Substitutionalität, und bei substitutionalen Nachfragebeziehungen läßt sich ein solcher Beweis nicht führen.

Die Aussage von Selten, daß in einem Sonderfall bei unverbundener Nachfrage der Preis eines Gutes höher liegt als wenn dieses Gut zu allen anderen in substitutionaler Beziehung steht, geht indes über die Annahmen bei Borchardt hinaus. Eine solche Situation kann dann auftreten, und dieses bringt das Zahlenbeispiel von Selten[1] zum Ausdruck - ohne daß die Bedingungen direkt aufgeführt werden - wenn das Gut 1 zu den Gütern 2 und 3 in substitutionaler Beziehung steht, zwischen den Gütern 2 und 3 allerdings Komplementarität vorliegt. Der Differentialquotient $\frac{\delta x_i}{\delta p_j}$, der den komplementären Verbund charakterisiert, ist in einer solchen Situation absolut wesentlich größer als diejenigen für die substitutionalen Nachfragebeziehungen.

1 Vgl. Reinhard Selten, Preispolitik, S. 55ff.

II Die Problematik des Vergleichs der optimalen Absatzpreise bei verbundener und unverbundener Nachfrage

Die analytisch sehr differenzierte Ableitung von Borchardt[1] erlaubt es auf den ersten Blick, allgemeine Aussagen über die Auswirkungen von Substitutionalität und Komplementarität auf die optimalen Absatzpreise zu machen. Zudem erscheint diese Ableitung der optimalen Absatzpreise geeignet zu sein, die Unterschiede zwischen den Absatzpreisen bei verbundener und unverbundener Nachfrage aufzuzeigen.

Im Rahmen der Interpretation dieser erweiterten Amoroso-Robinson-Relation folgert nun Borchardt in Anlehnung an Niehans und Humbel: "Es ist unmittelbar ersichtlich, daß dann, wenn das Gut 1 zu allen anderen Gütern oder der überwiegenden Zahl in Substitutionsbeziehung steht, der Preis p_1 größer ist, als er bei unverbundener Nachfrage wäre, sofern nur $\varepsilon_{11} < -1$ ist."[2] Im Falle substitutiver Güter ist $\eta_{i1} > 0$, der zweite Summand ist positiv. Ist hingegen $\eta_{i1} < 0$, so liegt ein komplementärer Nachfrageverbund vor. Der zweite Summand ist negativ. Nach Borchardt ist der optimale Absatzpreis jetzt kleiner als bei unverbundener Nachfrage.

Diesem Ergebnis schließen sich Selten und H.H. Weber, der an Stelle von Elastizitätskoeffizienten Differentialquotienten verwendet, generell an.[3] Selten beweist jedoch mit Hilfe des bereits erwähnten Zahlenbeispiels[4], daß eine Preissenkung des Gutes 1 bei relativ

---

1 Vgl. Gleichung (2.42b) dieser Arbeit.

2 Knut Borchardt, Preisbildung und Konkurrenz, S. 44. Es entspricht hierbei ε_{11} in unserer Symbolik η_{11}.

3 Vgl. Reinhard Selten, Preispolitik, S. 48ff.; Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 106.

4 Vgl. S. 107.

geringem substitutivem Nachfrageverbund zu den Gütern 2 und 3, aber einem starken komplementären Nachfrageverbund zwischen den Gütern 2 und 3, möglich ist. Damit versucht Selten zu zeigen, "daß man bei der Interpretation der Marginalbedingungen... nicht ohne weiteres auf heuristische Argumente vertrauen kann."[1]

Wenn man indes von diesem Extremfall, bei dem die Preiswirkungen des substitutiven Verbundes von der des komplementären Verbundes mehr als aufgehoben werden, absieht, so erscheinen die Ergebnisse von Selten genauso wie die von Borchardt und H.H. Weber grundsätzlich problematisch zu sein. Denn die generelle Aussage, daß der optimale Preis bei unverbundener Nachfrage kleiner ist als bei substitutivem Nachfrageverbund und größer als bei komplementärem Nachfrageverbund, will fraglich erscheinen.

Um zu einer Aussage über die Veränderung der gewinnmaximalen Absatzpreise bei Nachfrageverbund im Vergleich zu denen bei unverbundener Nachfrage zu gelangen, ist eine Definition der Preis-Absatz-Funktion bei unverbundener Nachfrage zwingend erforderlich. Erst wenn es gelingt, diese unverbundene Nachfrage zu definieren, läßt sich der gewinnmaximale Absatzpreis bei unverbundener Nachfrage bestimmen. Wie wird nun diese unverbundene Nachfrage in der Literatur definiert? Allgemein werden die Preis-Absatz-Funktionen bei substitutivem Nachfrageverbund und Preisabhängigkeit definiert durch

(2.28a) $$x_1 = h_1 - d_{11}p_1 + d_{12}p_2 \quad \text{und}$$

(2.28b) $$x_2 = h_2 - d_{22}p_2 + d_{21}p_1$$

---

1 Reinhard Selten, Preispolitik, S. 58.

Bei Mengenabhängigkeit lauten die Preis-Absatz-Funktionen entsprechend

(2.26a) $p_1 = a_1 - b_{11}x_1 - b_{12}x_2$ und

(2.26b) $p_2 = a_2 - b_{22}x_2 - b_{21}x_1$.

Nun behauptet Selten, daß man für "die Zwecke dieser Berechnung [der gewinnmaximalen Absatzpreise bei unverbundener Nachfrage] ... den ursprünglichen Nachfragezusammenhang so abändern [muß], daß diese Nachfrageverbundenheit verschwindet."[1] Selten und Ferner definieren die unverbundene Nachfrage einfach dadurch, daß sie die Nachfrageverwandtschaft außer acht lassen, indem sie die Koeffizienten des Nachfrageverbundes, d.h. d_{12} und d_{21}, gleich Null setzen. Entsprechend würde bei Mengenabhängigkeit $b_{12} = b_{21}=0$ sein.[2] Somit ist nach Selten und Ferner die unverbundene Nachfragefunktion

(2.59a) $x_1 = h_1 - d_{11}p_1$ und

(2.59b) $x_2 = d_2 - d_{22}p_2$.

Die Schar der Preis-Absatz-Funktionen und die von Selten und Ferner als Unabhängigkeitsfall deklarierte Preis-Absatz-Funktion läßt sich jetzt in einem Schaubild darstellen.

---

1 Reinhard Selten, Preispolitik, S. 55.

2 Vgl. Reinhard Selten, Preispolitik, S. 55; Walter Ferner, Modelle, S. 98, Formel (65) und (66), S. 131, Formel (145) und (146), S. 149, Formel (192) und (193).

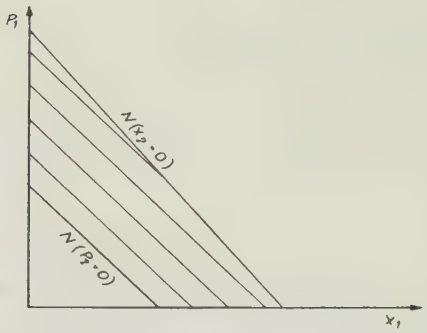


Abb. 2.11

In diesem Schaubild gibt die untere Preis-Absatz-Funktion der Kurvenschar die Situation an, in der der Preis des Gutes 2 gleich Null ist. Diese Situation entspricht der Definition der Nachfrageunabhängigkeit von Selten, denn dort ist $d_{12} = 0$. Diese Preis-Absatz-Funktion hat die Form $x_1 = h_1 - d_{11}p_1$, bzw. $p_1 = \frac{h_1}{d_{11}} - \frac{1}{d_{11}} x_1$. Sie besagt, daß selbst beim Preis von $p_2=0$, d.h. wenn das Gut 2 verschenkt wird, und $p_1 > 0$ ist, ein Teil der Nachfrager ausschließlich das Gut 1 kaufen wird.

Die Kurvenschar $x_1 = h_1 - d_{11}p_1 + d_{12}p_2$, die die Preis-Absatz-Funktion des Gutes 1 für alternative Preise des Gutes 2 angibt, wird begrenzt durch eine Preis-Absatz-Funktion, die dann vorliegt, wenn für das Gut 2 ein Preis gefordert wird, bei dem vom Gut 2 gerade nichts mehr abgesetzt wird, wenn also der Prohibitivpreis des Gutes 2 gefordert und nur noch das Gut 1 nachgefragt wird.

Die Nachfragefunktion für das Gut 1 hat, nach p_1 aufgelöst, die Form

$$(2.60) \qquad p_1 = \frac{h_1 + d_{12}p_2 - x_1}{d_{11}} \quad .$$

Wenn der prohibitive Preis des Gutes 2 gefordert wird, wenn also x_2 gleich Null ist, erhält man aus den beiden Preis-Absatz-Funktionen

$$(2.28a) \qquad x_1 = h_1 - d_{11}p_1 + d_{12}p_2 \quad \text{und}$$

$$(2.28b) \qquad x_2 = 0 = h_2 - d_{22}p_2 + d_{21}p_1$$

die begrenzende Preis-Absatz-Funktion

$$(2.61) \qquad p_1 = \frac{h_1 d_{22} + d_{12}h_2 - d_{22}x_1}{d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21}} \quad .$$

Diese Preis-Absatz-Funktion gilt für den Fall, daß nur das Produkt 1 auf dem Markt abgesetzt werden kann.

Die graphische Darstellung (Abb. 2.11) verdeutlicht, daß Selten und W. Ferner als unverbundene Nachfrage die Situation unterstellen, bei der das substitutive Gut zu einem Preis von $p_2 = 0$ angeboten wird, es also verschenkt wird. Die Restnachfrage $x_1 = h_1 - d_{11}p_1$ - Heuß verwendet in der Oligopoltheorie den Begriff Kernnachfrage[1] - die dadurch entsteht, daß die Güter 1 und 2 nicht unbegrenzt gegeneinander substituierbar sind, sondern wegen vorliegender Käuferpräferenzen ein Teil der Nachfrager dennoch das Gut 1 nachfragen, kann also nicht als unverbundene Nachfrage anzusehen sein, denn sie kennzeichnet die Situation für den größtmöglichen Absatz des anderen Gutes.

Diesem Fehlschluß, daß man den optimalen Preis bei Nachfrageverbund vergleichen kann mit einem Preis

---

1 Vgl. Ernst Heuß, Allgemeine Markttheorie, Tübingen-Zürich 1965, S. 76.

auf einer solchen "unverbundenen" Nachfragekurve, unterliegen auch die Ausführungen von Humbel und Borchardt. Die Formel von Borchardt erklärt den optimalen Preis des Gutes 1 bei unveränderten Preisen $p_2,\ldots,p_n$ der anderen Güter. Diese Formel ergibt als ganzes den optimalen Preis eines Gutes bei nachfrageverbundenen Gütern. Eine Preisbestimmung dürfte jedoch an den Schwierigkeiten der Ermittlung der Nachfrageelastizitäten scheitern. Dieser optimale Absatzpreis läßt sich aber nicht durch eine Aufspaltung in die beiden Summanden interpretieren.

Die Aussage von Borchardt, daß bei $\eta_{i1}=0$ der Ausdruck

$$\frac{\sum_{i=2}^{n} x_i \eta_{i1}\left(p_i - \frac{\delta K}{\delta x_i}\right)}{x_1(1+\eta_{11})} = 0$$

werden würde, ist richtig.

Dann würde die Formel von Borchardt formal den Preis für die unverbundene Nachfrage, d.h. die Amoroso-Robinson-Relation für den Einproduktfall, wiedergeben. Damit verkürzt sich wie bei Selten die Nachfragefunktion $x_1 = h_1 - d_{11}p_1 + d_{12}p_2$ auf die Form $x_1 = h_1 - d_{11}p_1$.

Der von Borchardt vorgenommene Vergleich der optimalen Preise für verbundene und unverbundene Nachfrage läßt sich durch folgende graphische Darstellung für den substitutiven Fall verdeutlichen.

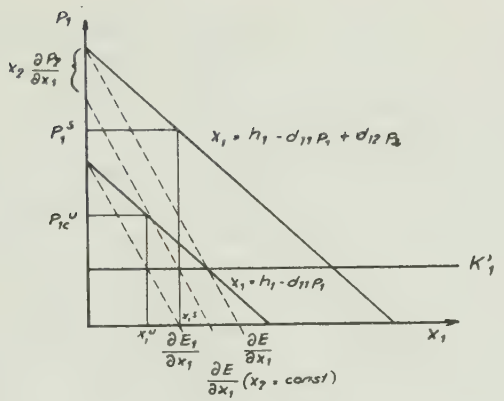


Abb. 2.12

Für den Fall der von Borchardt und Selten als unverbunden bezeichneten Nachfrage würde der gewinnmaximale Preis p_{1c}^u wie im Fall der Einproduktunternehmung durch den Schnittpunkt der Grenzerlöskurve und der Grenzkostenkurve bestimmt.

Bei substitutivem Nachfrageverbund verschiebt sich die Nachfragekurve für einen vorgegebenen Preis des substitutiven Gutes nach rechts. Der optimale Preis ergibt sich in diesem Fall durch den Schnittpunkt der partiellen Grenzerlöskurve

$$\frac{\delta E}{\delta x_1} = p_1 + x_1 \frac{\delta p_1}{\delta x_1} - \left| x_2 \frac{\delta p_2}{\delta x_1} \right| \text{ mit der Grenzkostenkurve.}$$

Wie aus der Abbildung (2.12) zu ersehen ist, liegt bei dieser Betrachtung bei substitutivem Nachfrageverbund und einer vorgegebenen Absatzmenge bzw. einem vorgegebenen Absatzpreis des anderen Gutes der gewinnmaximale Absatzpreis p_1^s über dem gewinnmaximalen Absatzpreis im Falle der sog. Nachfrageunabhängigkeit.

Aus der Abbildung (2.12) ist ferner ersichtlich, daß die Absatzmengen bei substitutivem Nachfrageverbund nicht, wie H.H Weber behauptet[1], stets niedriger sind als bei der sog. Nachfrageunabhängigkeit. Diese Absatzmengen können durchaus größer sein. Die Wirkung auf die Veränderung der Absatzmenge ist abhängig von der Höhe des Preises des substitutiven Gutes und der Stärke des Nachfrageverbundes.

Die Bestimmung des optimalen Absatzpreises bei verbundener Nachfrage, hier veranschaulicht am Beispiel des substitutiven Nachfrageverbundes, entspricht dem Ergebnis der Formel von Borchardt. Indes ist die von Borchardt vorgenommene Aufspaltung in einen Monopolpreis und die Veränderung durch den Nachfrageverbund nicht möglich. Dies ist einfach dadurch bedingt, daß die von Borchardt und Selten als unabhängig bezeichnete Preis-Absatz-Funktion nicht auftreten kann, denn diese Preis-Absatz-Funktion gilt unter der Bedingung, daß der Preis des substitutiven Gutes Null ist.

Die Behauptung von Borchardt, daß bei substitutiven Gütern der gewinnmaximale Absatzpreis größer ist als bei unverbundener Nachfrage, trifft somit nicht zu. Gegen die Zahlenbeispiele von Selten, die die Behauptungen Borchardts widerlegen sollen, läßt sich der gleiche Einwand erheben, da diese auf denselben Annahmen über die Definition der Preis-Absatz-Funktion bei unverbundener Nachfrage beruhen.

Dieselbe Problematik liegt bei einem Vergleich der optimalen Absatzpreise bei komplementärem Nachfrageverbund und der sog. Nachfrageunabhängigkeit vor.

---

1 Hans Hermann Weber, Grundlagen, S. 106.

Aber auch gegen einen Vergleich der Absatzpreise, Absatzmengen und Gewinne bei substitutivem Nachfrageverbund mit denen bei komplementärem Nachfrageverbund sind schwerwiegende Bedenken anzumelden. Unterstellt man wie W. Ferner in seinen Zahlenbeispielen, daß der Grenzabsatz des Gutes i bei einer Preisänderung des Gutes j, also $\frac{\delta x_i}{\delta p_j}$, bei substitutivem und komplementärem Nachfrageverbund absolut gleich ist, er sich also nur im Vorzeichen unterscheidet, und unterstellt man zusätzlich, daß alle anderen Koeffizienten der Preis-Absatz-Funktion und der Kostenfunktionen identisch sind, so kommt man zu dem bedeutungsvollen Fehler in der vergleichenden Betrachtung von Ferner.[1] Aus den Ergebnissen von W. Ferner ist zu folgern, daß der Gewinn bei substitutiven Gütern höher ist als bei unverbundener Nachfrage. Zusätzlich zeigt das Zahlenbeispiel, daß Gewinn und Absatzpreise bei komplementären Gütern geringer sind als bei unverbundener Nachfrage. Eine Verallgemeinerung dieser Ergebnisse hätte zur Konsequenz, daß das Sortiment einer Unternehmung nur substitutive Güter enthalten dürfte. Ein Ergebnis, daß auf den Annahmen eines solchen Vergleiches basiert, führt zu falschen Schlußfolgerungen.

Es ergibt sich die Frage, ob aber nicht die obere Begrenzungslinie der Schar der Preis-Absatz-Funktionen, d.h. die Originärnachfrage, im Falle substitutiver Güter als unverbundene Nachfrage anzusehen ist. Diese Originärnachfrage ist abgeleitet unter der Bedingung, daß das substitutive Gut zum Prohibitivpreis angeboten wird, d.h. daß seine Absatzmenge Null ist, es also ökonomisch nicht existiert. Dies bedeutet, daß für das betrachtete Gut eine Monopolsituation vor-

---

1 Vgl. die Zusammenfassung und vergleichende Betrachtung aller Ergebnisse bei W. Ferner (Walter Ferner, Modelle, S. 156f.).

liegt. Sinkt der Preis des substitutiven Gutes unter diesen Prohibitivpreis, erfolgt also ein Absatz des substitutiven Gutes, so würde bei Richtigkeit der Annahme, daß die obere Begrenzungslinie der Schar der Preis-Absatz-Funktionen die Nachfrageunabhängigkeit darstellt, der gewinnmaximale Absatzpreis bei substitutivem Nachfrageverbund unter dem Absatzpreis im Falle des Monopols liegen.

Indes ist eine solche Interpretation der Nachfrageunabhängigkeit nur scheinbar möglich, denn die obere Begrenzungslinie bedeutet, daß das substitutive Gut zwar angeboten wird, es aber keinen Absatz findet.

Hebt man indes die übliche Prämisse der Preistheorie auf, daß alle Güter bereits am Markt vorhanden sind und interpretiert die obere Begrenzungslinie als eine Situation vor der Einführung eines neuen substitutiven Produktes, so läßt sie sich als Preis-Absatz-Funktion bei Nachfrageunabhängigkeit interpretieren.

Allgemein besagt die Nachfrageunabhängigkeit indes, daß für diese Güter unabhängig vom Absatzpreis oder der Absatzmenge eines anderen Gutes eine Preis-Absatz-Funktion existiert. Diese Nachfrageunabhängigkeit läßt sich nicht dadurch herbeiführen, daß man die Koeffizienten des Nachfrageverbundes vernachlässigt. Besteht ein substitutiver Nachfrageverbund, und diese Begründung gilt gleichermaßen für komplementäre Nachfragebeziehungen, so kann es keine Preis-Absatz-Funktion für dieses Gut geben, die eine Nachfrageunabhängigkeit zum Ausdruck bringt. Eine Preis-Absatz-Funktion für Nachfrageunabhängigkeit läßt sich bei Nachfrageverbund nicht definieren.

Dies bedeutet, daß ein Vergleich der Absatzpreise und der Absatzmengen zwischen unverbundener Preis-Absatz-Funktion und einer Preis-Absatz-Funktion für den Nachfragezusammenhang nicht möglich ist.

3. Kapitel: Lösungsansätze der Oligopoltheorie und ihre Übertragung auf die Preistheorie der Mehrproduktunternehmung

I Die unterschiedlichen Annahmen bei den formal identischen Preis-Absatz-Funktionen in der Oligopoltheorie und in der Preistheorie der Mehrproduktunternehmung

Die Definition der Preis-Absatz-Funktion für die Mehrproduktunternehmung weist sowohl bei Mengen- und auch bei Preispolitik bei absatzmäßig zweiseitiger Verbundenheit formal gewisse Gemeinsamkeiten mit der Definition der Preis-Absatz-Funktion in der Oligopoltheorie auf unvollkommenem Markt auf. Es ist daher zu fragen, ob die Oligopoltheorie, und dabei speziell die Situation des Dyopols, nicht dieselben Ergebnisse wie die Preispolitik der Mehrproduktunternehmung liefert, wenn man von der Fiktion ausgeht, daß anstelle zweier Anbieter heterogener Produkte nur ein Anbieter dieser Produkte auftritt.

In der Literatur werden bis auf die Versionen Gutenbergs[1] und die der Kinky-Demand-Curve[2] bei der Behandlung der Probleme des Dyopols weitestgehend Preis-Absatz-Funktionen unterstellt, die formal unseren Preis-Absatz-Funktionen entsprechen.[3] Es gelten also die Preis-Absatz-Funktionen

---

1 Vgl. Erich Gutenberg, Der Absatz, S. 282ff.

2 Vgl. Paul H. Sweezy, Demand under Conditions of Oligopoly, in: JPE, Vol. XLVII (1939), S. 568-573.

3 Vgl. z.B. Alfred E. Ott, Preis-Absatzfunktion beim unvollkommenen Oligopol, in: WWA, Bd. 88 (1962 I), S. 287-307, hier S. 290; Heinrich von Stackelberg, Marktform und Gleichgewicht, S. 130; Rudolf Richter, Preistheorie, Wiesbaden 1963, S. 188.

$x_1 = h_1 - d_{11}p_1 + d_{12}p_2$ für den Anbieter 1 und für den Konkurrenten $x_2 = h_2 - d_{22}p_2 + d_{21}p_1$.

Ebenso entsprechen die Preis-Absatz-Funktionen des von Cournot[1] erwähnten, häufig als bilaterales Monopol angesehenen[2], aber sonst fast in Vergessenheit geratenen[3], Angebotsoligopols komplementärer Güter formal den Preis-Absatz-Funktionen der komplementären Güter der Mehrproduktunternehmen.

Das Charakteristikum der Oligopolsituation ist, daß neben der Zielsetzung der Gewinnmaximierung noch eine Verhaltensannahme - Reaktionshypothese - für die Oligopolisten treten muß.[4] Die Lösung "depends on what each producer thinks the other is likely to do".[5] Sämtlichen Aktionen eines Anbieters folgen nicht nur Reaktionen der Nachfrager, sondern auch der Konkurrenten. Dies ruft eine "Kette von Wirkungen und Rückwirkungen"[6] hervor. Diese Reaktionsmöglichkeiten kenn-

1 Vgl. Augustin Cournot, Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses, Paris 1838. Deutsche Ausgabe, Untersuchungen über die mathematischen Grundlagen der Theorie des Reichtums, Jena 1924, S. 86ff.

2 Vgl. z.B. Art. "Marktformen" (Rainer J. Willeke), in: HdSW, 7. Bd., 1961, S. 136-147, hier S. 138.

3 Eine Ausnahme bildet Helmstädter, der das Cournot'sche Angebotsoligopol auf seine verteilungstheoretischen Aspekte untersucht (vgl. E. Helmstädter, Das Verbund-Dyopol Cournots als Modell der Konkurrenz um den Preisanteil und seine verteilungstheoretische Anwendung; in: JfNuSt, Bd. 174 (1962), S. 377-413).

4 Vgl. Tycho Seitz, Preisführerschaft im Oligopol, Köln, Berlin, Bonn, München 1965, S. 31.

5 Arthur L. Bowley, The Mathematical Groundwork of Economics, Oxford 1924, S. 38.

6 Erich Gutenberg, Der Absatz, S. 268.

zeichnen die typische Oligopolsituation. Dabei besteht die Schwierigkeit und somit das Kernproblem der Oligopoltheorie darin, plausible Annahmen über Richtung und Ausmaß der Reaktionen der Oligopolisten zu machen.[1]

Der Oligopolist sucht einen Bereich innerhalb eines p_1/p_2-Gebietes zu ermitteln, indem er durch seine Aktionen und die Reaktionen der Konkurrenten zu einem höheren Gewinn gelangt. Ein solcher Bereich läßt sich für jeden Oligopolisten ermitteln. Die Lösung des Oligopolproblems wird nun in der neueren Oligopoltheorie[2] darin gesehen, ein sog. gemeinsames Gleichgewichtsgebiet zu bestimmen, in dem jeder der Oligopolisten an Preisänderungen uninteressiert ist. Somit ergibt sich in der Oligopollösung nicht eine bestimmte Preiskombination, der eine zugehörige Mengenkombination der Produkte entspricht, sondern es gibt einen ganzen Bereich, in dem jede Preiskombination möglich ist.[3]

Eine eindeutige Absatzpreiskombination scheint, so könnte man annehmen, bei den Formen der gemeinsamen Gewinnmaximierung (Kollektivmonopol)[4] möglich zu sein. "'Joint profit maximization' bedeutet .. /jedoch/ nicht nur ein Gewinnmaximie-

---

1 Vgl. dazu Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 247ff.; Tycho Seitz, Bemerkungen zur Dyopoltheorie Krelles, in: JfNuSt, Bd. 174 (1962), S. 430-451; Wilhelm Krelle, Unbestimmtheitsbereiche beim Dyopol, in: JfNuSt, Bd. 175 (1963), S. 232-236; Gerd Fleischmann, Symmetrisches Dyopol. Bemerkungen zur Kritik von Seitz an der Dyopoltheorie Krelles, in: JfNuSt, Bd. 175 (1963), S. 347-355; Alfred E. Ott, Gewinnmaximierung, Reaktionshypothese und Gleichgewichtsgebiet beim unvollkommenen Dyopol, in: JfNuSt, Bd. 175 (1963), S. 428-440; Ernst Helmstädter, Gleichgewichtsbereiche in statischen Dyopolmodellen, in: JfNuSt, Bd. 175 (1963), S. 441-458.

2, 3 und 4 siehe folgende Seite.

rungs-, sondern zugleich auch ein Verteilungsproblem".[1] Dieses nicht gelöste Verteilungsproblem der zusätzlichen Gewinne und die nicht einheitliche Willensbildung im Kollektivmonopol führen bei unterschiedlicher Stärke der Oligopolisten zu entgegengesetzten Interessen und damit zu abweichenden Preisvorstellungen. Die gesamtgewinnmaximalen Absatzpreise lassen sich bei Koalitionslösungen nicht mehr eindeutig ableiten.

Bei nachfragemäßiger Verbundenheit innerhalb einer Mehrproduktunternehmung tritt indes das Problem der Verhaltensannahme der anderen Anbieter nicht auf, da keine konkurrierenden Anbieter vorhanden sind. Eine Reaktionsannahme ist nur noch - wie in der Theorie der Einproduktunternehmung - über die potentiellen Nachfrager der Produkte erforderlich. Da der Mehrproduktunternehmer also keine Annahmen hinsichtlich des Verhaltens seiner Konkurrenten zu machen hat, ist sein Entscheidungsbereich nicht durch ein sog. Gleichgewichtsgebiet gegeben.

---

2 Vgl. z.B. Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 247ff.; Alfred E. Ott, Gewinnmaximierung, Reaktionshypothese und Gleichgewichtsgebiet, S. 428ff.

3 Vgl. Alfred E. Ott, Grundzüge der Preistheorie, S. 238.

4 Zur gemeinsamen Gewinnmaximierung vgl. William Fellner, Competition Among the Few, New York 1949, reprinted 1960, S. 33ff. und Edward H. Chamberlin, The Theory of Monopolistic Competition, 6. ed., Cambridge (Mass.) 1948, S. 46ff.

1 Erich Gutenberg, Der Absatz, S. 322.

Die Interdependenzen bestehen nicht zusätzlich in den Reaktionen der Konkurrenten, sondern nur in den Reaktionen der Nachfrager auf die nachfrageverwandten Güter. In der Mehrproduktunternehmung sind die gewinnmaximalen Absatzpreise und Absatzmengen eindeutig bestimmbar.

II Die Bestimmung der gesamtgewinnmaximalen Absatzpreise bei komplementärem Nachfrageverbund

1 Die Darstellung alternativer Gewinnhöhen eines Produktes im Preis-Mengen-Koordinatensystem

Bei der Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise bei komplementärem Nachfrageverbund sei von folgenden Preis-Absatz-Funktionen im Zweiproduktfall für die einzelnen Produkte ausgegangen:

(2.29a) $x_1 = h_1 - d_{11}p_1 - d_{12}p_2$ und

(2.29b) $x_2 = h_2 - d_{22}p_2 - d_{21}p_1$.

Für diese Preis-Absatz-Funktionen wird unterstellt, daß

(1) Änderungen des Preises p_2 (p_1) den Absatz des Gutes 1 (2) weniger stark beeinflussen als Änderungen des Preises p_1 (p_2);

(2) mit zunehmendem Preis p_2 (p_1) des komplementär verbundenen Gutes der Prohibitiv-Preis des Gutes 1 (2), bei dem die Absatzmenge $x_1=0$ ($x_2=0$) wird, sinkt;

(3) das Gut 1 (2) für einen Teil der Nachfrager unabhängig vom Angebot des Gutes 2 (1) ist. Dies bedeutet, daß selbst bei dem Prohibitiv-Preis des Gutes 2 (1) von einem Teil der Nachfrager das Gut 1 (2) gekauft wird;

(4) mit fallendem Preis des Gutes 1 (2) die Nachfrage des Gutes 1 (2) wächst.

Für den Fall, daß für das Gut 2 der Prohibitiv-Preis gefordert wird, also $x_2=0$ ist, erhält man als begrenzende Preis-Absatz-Funktion

$$(3.1) \qquad p_1 = \frac{h_1 d_{22} - d_{12} h_2 - d_{22} x_1}{d_{11} d_{22} - d_{12} d_{21}} .$$

Für den Fall, daß $x_1=0$ ist, ergibt sich die Nachfragefunktion des Gutes 2 entsprechend

$$(3.2) \qquad p_2 = \frac{h_2 d_{11} - d_{21} h_1 - d_{11} x_2}{d_{11} d_{22} - d_{21} d_{12}} .$$

In das p_1/x_1-Koordinatensystem mit den Preis-Absatz-Funktionen für alternative Preise des Gutes 2 lassen sich Iso-Gewinnlinien einzeichnen. Unter der Annahme, daß folgende Kostenfunktionen

$$(3.3) \qquad K_1 = c_{o1} + c_1 x_1 \quad \text{und}$$

$$(3.4) \qquad K_2 = c_{o2} + c_2 x_2$$

für die einzelnen Produkte gelten, wird ein Gut einen Gewinn von Null erzielen, wenn beim Absatzpreis einer Mengeneinheit in Höhe der Durchschnittskosten die zu diesen Durchschnittskosten produzierte Gütermenge gerade abgesetzt werden kann.[1] Die Durchschnittskostenkurve ist somit der geometrische Ort aller Preis-Mengen-Kombinationen, bei der gerade der Gewinn von Null erzielt wird. Addiert man zu dieser Kurve mit dem Gewinn von Null jeweils den Wert $\frac{G_1}{x_1}$ und läßt G_1 unterschiedliche Werte annehmen, so entsteht eine Schar von Iso-Gewinnlinien.

1 Vgl. Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 249.

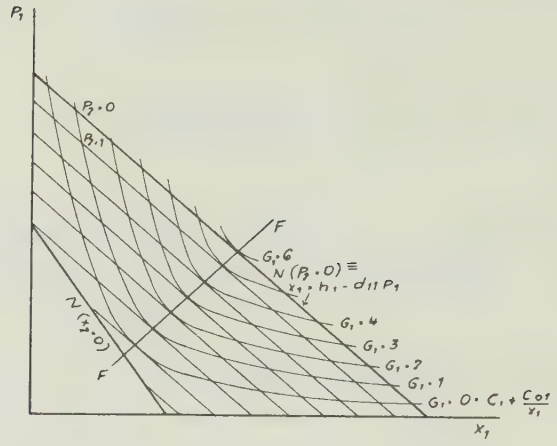


Abb. 3.1

Diese Iso-Gewinnlinien schneiden die Preis-Absatz-Funktionen, die sich bei unterschiedlichen Preisen des anderen Gutes ergeben. Für jede Preis-Absatz-Funktion existiert nur eine Iso-Gewinnlinie, die diese tangiert. Sie hat einen höheren Gewinnindex als alle diejenigen Iso-Gewinnlinien, von denen diese Preis-Absatz-Funktion geschnitten wird. Die Verbindungslinie der Tangentialpunkte der Iso-Gewinnlinien mit den Preis-Absatz-Funktionen gibt diejenigen Absatzmengen und Absatzpreise an, bei denen das Produkt bei unterschiedlichen Preisen des anderen Produktes den höchsten Gewinn erzielt. Diese Verbindungslinie wird von Krelle Kammlinie genannt.[1] Sie sei hier mit FF bezeichnet. Je geringer der Preis p_2 des komplementären Gutes ist, desto größer ist der erzielbare Gewinn

1 Vgl. Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 250.

für das Produkt 1. Somit liegt für höhere Gewinne die zugehörige p_1/x_1-Kombination weiter rechts auf der Linie FF.[1]

Jede Gewinnisoquante schneidet mehrere Preis-Absatz-Funktionen. Jede Gewinnhöhe eines Gutes läßt sich somit durch unterschiedliche Kombinationen der beiden Absatzpreise p_1 und p_2 erzielen.

2 Die Darstellung alternativer Gewinnhöhen eines Produktes in Abhängigkeit von den Preisen beider Produkte

Die Iso-Gewinnlinien, die Kammlinie und die Preis-Absatz-Funktion für den Prohibitiv-Preis des Gutes 2 lassen sich nun in ein p_1/p_2-Koordinatensystem übertragen.

Die Gewinnfunktionen für die beiden Produkte sind jeweils

(3.5) $G_1=E_1[\bar{x}_1(p_1,p_2)] - K_1[\bar{x}_1(p_1,p_2)] = G_1(p_1,p_2)$ und

(3.6) $G_2=E_2[\bar{x}_2(p_1,p_2)] - K_2[\bar{x}_2(p_1,p_2)] = G_2(p_1,p_2)$.

Ordnet man nun den Gewinnen der einzelnen Produkte parametrisch feste Größen zu, die durch die Symbole C_1 und C_2 gekennzeichnet sein mögen, so erhält man für die jeweilige Iso-Gewinnlinienschar

(3.7) $C_1 = G_1(p_1,p_2)$ und

(3.8) $C_2 = G_2(p_1,p_2)$.

---

1 Vgl. Helmut Schneider, Das allgemeine Gleichgewicht in der Marktwirtschaft, Tübingen 1969, S. 52.

Um die Eigenschaften dieser Iso-Gewinnlinien darstellen zu können und um aus diesen Gewinnlinien das Gewinnmaximum für die Mehrprodukt-unternehmung ableiten zu können, seien die Iso-Gewinnlinien auf der Grundlage der obigen Absatzfunktionen bei Preisabhängigkeit untersucht.

Der Gewinn der einzelnen Produkte ist also

$$G_1 = p_1 x_1(p_1,p_2) - K_1(x_1(p_1,p_2)) \quad . \tag{3.9}$$

Für $x_1 = h_1 - d_{11}p_1 - d_{12}p_2$ und $K_1 = c_{o1} + c_1 x_1$ erhält man

$$G_1 = h_1 p_1 - d_{11} p_1^2 - d_{12} p_1 p_2 - c_1 h_1 + c_1 d_{11} p_1 + c_1 d_{12} p_2 - c_{o1} = C_1 \quad . \tag{3.10}$$

Diese Gewinn-Isoquante läßt sich nun durch eine funktionale Abhängigkeit des Preises p_2 vom Preise p_1 ausdrücken. Man erhält dann

$$p_2 = - \frac{c_1 h_1 + C_1 + c_{o1}}{d_{12}(p_1 - c_1)} - \frac{d_{11}}{d_{12}(p_1 - c_1)} p_1^2 + \frac{h_1 + c_1 d_{11}}{d_{12}(p_1 - c_1)} p_1 \tag{3.11}$$

bzw. nach einigen Vereinfachungen

$$p_2 = - \frac{C_1 + c_{o1}}{d_{12}(p_1 - c_1)} - \frac{d_{11} p_1}{d_{12}} + \frac{h_1}{d_{12}} \quad . \tag{3.12}$$

Für jeweils konstante Werte des Gewinnes $G_1 = C_1$ ergeben sich somit Iso-Gewinnkurven, denen man für alternative Werte von p_1 einen Wert von p_2 zuordnen kann.

Die Neigung der Iso-Gewinnlinien in bezug auf die p_1-Achse ist

$$(3.13) \qquad \frac{\delta p_2}{\delta p_1} = \frac{C_1+c_{o1}}{d_{12}(p_1-c_1)^2} - \frac{d_{11}}{d_{12}} \quad .$$

Dort, wo diese Ableitung Null ist, hat die Iso-Gewinnkurve ein Maximum in bezug auf die p_1-Achse. Die Verbindungslinien aller p_1/p_2-Kombinationen, die der Bedingung $\frac{\delta p_2}{\delta p_1} = 0$ genügen, ist die Kammlinie der Gewinn-Isoquanten. Unter Beachtung dieser Bedingung $\frac{\delta p_2}{\delta p_1} = 0$ ergibt sich aus Gleichung (3.13)

$$d_{11}(p_1-c_1)^2 = C_1 + c_{o1}.$$

Setzt man diese Größe in die Gleichung der Gewinn-Isoquanten (3.12) ein, so erhält man als Kammlinie FF:

$$(3.14) \qquad p_2 = -2\frac{d_{11}}{d_{12}} p_1 + \frac{d_{11}c_1+h_1}{d_{12}}$$

bzw. als Funktion des Preises p_1 in Abhängigkeit vom Preis p_2

$$(3.15) \qquad p_1 = -\frac{d_{12}}{2d_{11}} p_2 + \frac{d_{11}c_1+h_1}{2d_{11}} \quad .$$

Diese Kammlinie hat die Eigenschaft, daß sie für alternative Absatzpreise des Gutes 2 den gewinnmaximalen Absatzpreis des Gutes 1 angibt.

Die Iso-Gewinnkurven werden durch die Nachfragekurven begrenzt, für die die Absatzmenge des Gutes 1(2) Null ist. Für den Fall, daß die Absatzmenge $x_2=0$ ist, also der Prohibitivpreis des Gutes 2 vorliegt, ist

(3.16) $$p_2 = \frac{h_2}{d_{22}} - \frac{d_{21}}{d_{22}} p_1 \quad \text{bzw.}$$

(3.17) $$p_1 = -\frac{d_{22}}{d_{21}} p_2 + \frac{h_2}{d_{21}} .$$

Es fällt der Absatzpreis p_1 mit zunehmendem Preis des komplementären Gutes. Entsprechend ist für $x_1=0$ die Begrenzungslinie

(3.18) $$p_1 = -\frac{d_{12}}{d_{11}} p_2 + \frac{h_1}{d_{11}} .$$

Die Iso-Gewinnlinien, die Kammlinie und die Preis-Absatz-Funktionen für die prohibitiven Preise der Güter 1 und 2 lassen sich nun in einem p_1/p_2-Koordinatensystem graphisch darstellen. Dabei wird auf der Abszisse der Preis p_2 und auf der Ordinate der Preis p_1 abgetragen (Abb. 3.2).

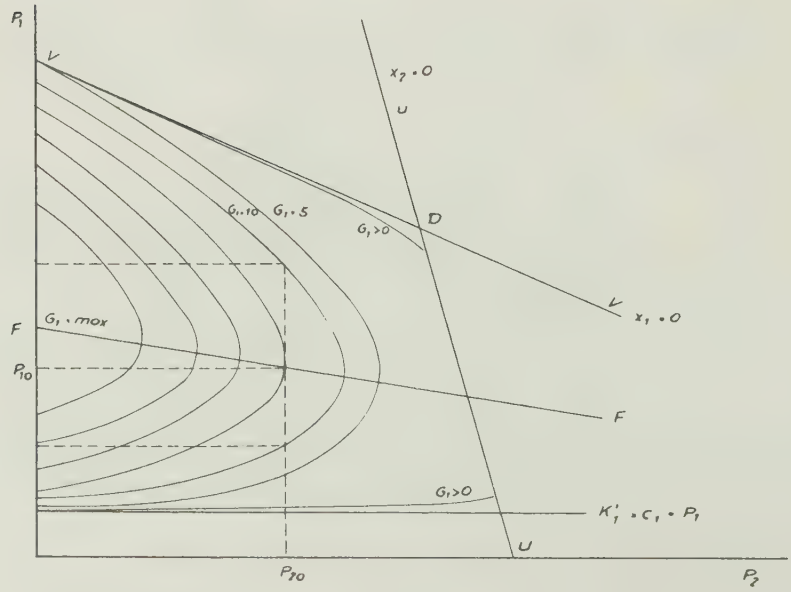


Abb. 3.2

In dieser Abbildung sind die Kurven der prohibitiven Preise der beiden Güter eingetragen.

Die Kurven UU und VV schränken den Bereich ein, in dem eine Preiskombination der beiden Güter 1 und 2 möglich ist. Unter der Annahme, daß keine der Angebotsmengen der beiden Güter negativ werden darf, gibt die Kurve UU die Preiskombinationen an, bei denen $x_2=0$ ist. Die Gleichung (3.16) zeigt, daß mit wachsendem Absatzpreis p_1 der Prohibitiv-Preis des Gutes 2 sinkt. Die Gerade UU gibt also eine Nullabsatzlinie wieder. Rechts von dieser Kurve befinden sich alle die Preiskombinationen, für die $x_2 < 0$ gelten würde.

Entsprechend stellt die Kurve VV die Preiskombinationen dar, bei denen die Absatzmenge des Gutes $x_1=0$ ist. Oberhalb dieser Kurve würden die Absatzmengen $x_1 < 0$ sein.

Im Schnittpunkt dieser beiden Begrenzungslinien (D) ist die Preiskombination der beiden Produkte gegeben, bei denen die Nachfrage nach den beiden Produkten gerade Null wird. Die möglichen Preiskombinationen für die beiden Produkte liegen also unterhalb dieser Null-Absatzkurven.

Die Iso-Gewinnkurven für das Produkt 1 sind in diesem p_1/p_2-Koordinatensystem in bezug auf die p_1-Achse konkav. Aus Gleichung (3.12) ist ersichtlich, daß diejenigen Gewinn-Isoquanten einen höheren Gewinn haben, die einen kleineren Abstand zur p_1-Achse aufweisen.

Anhand dieser Iso-Gewinnkurven kann man erkennen, welcher Preis des Gutes 1 bei vorgegebenem Preis des Gutes 2 für das Gut 1 gewinnmaximal

ist. Für den Preis p_{20} ist der gewinnmaximale Absatzpreis des Gutes 1 derjenige Absatzpreis, bei dem eine Parallele zur p_1-Achse in Höhe des Preises p_{20} eine Iso-Gewinnlinie tangiert. Jede Preisforderung für das Gut 1, die höher oder niedriger liegt, würde eine Preiskombination auf einer Gewinn-Isoquanten mit niedrigerem Gewinnindex bedeuten, es würde also ein niedrigerer Gewinn erzielt werden.

Die Verbindungslinie dieser Iso-Gewinnkurvenmaxima stellt die bereits abgeleitete Kammlinie FF dar. Sie gibt für alternative Preise des Gutes 2 den gewinnmaximalen Preis des Gutes 1 wieder. Der maximale Gewinn des Gutes 1 ist somit dann erreicht, wenn die Kammlinie FF die Ordinate schneidet.

Die FF-Linie $p_1 = -\frac{d_{12}}{2d_{11}} p_2 + \frac{d_{11}c_1+h_1}{2d_{11}}$ ist zur p_2-Achse negativ geneigt. Dieser Anstieg der Kammlinie bedeutet, daß sinkende Preise des Gutes 2 und steigende des Gutes 1 den Gewinn des Gutes 1 bis zum Schnittpunkt der Kammlinie mit der Ordinate ständig erhöhen.

Die Null-Isogewinnlinie ($C_1 = 0$)

$$p_2 = \frac{-c_{01}}{d_{12}(p_1-c_1)} - \frac{d_{11}}{d_{12}} p_1 + \frac{h_1}{d_{12}} \tag{3.19}$$

nähert sich im Bereich oberhalb der Kammlinie FF mit zunehmendem Preis p_1 der Begrenzungslinie für $x_1=0$, also $p_2 = -\frac{d_{11}}{d_{12}} p_1 + \frac{h_1}{d_{12}}$, an.

Denn mit steigendem Preis p_1 wird der Summand $\frac{c_{o1}}{d_{12}(p_1-c_1)}$ absolut geringer. Ist der Gewinn gleich den negativen Fixkosten, ist also $-C_1 + c_{o1} = 0$ und ist $p_1 > c_1$, dann geht die Isogewinnlinie in die Begrenzungslinie für $x_1=0$ über.

Die Null-Isogewinnlinie wird im Bereich unterhalb der Kammlinie begrenzt durch die Grenzkostenkurve $K_1' = c_1$. Der Summand $-\frac{c_{o1}}{d_{12}(p_1-c_1)}$ wird unendlich, wenn der Deckungsbeitrag $p_1-c_1=0$ ist. Die Isogewinnlinie entspricht der Grenzkostenkurve.

3 Die Ableitung der gesamtgewinnmaximalen Absatzpreiskombination

Es sind bisher die Iso-Gewinnlinien und die Kammlinie für das Produkt 1 abgeleitet worden. Für das Produkt 2 lassen sich die entsprechenden Kurven ebenfalls entwickeln. Für die Zwecke der Bestimmung der optimalen Absatzpreise der beiden Produkte ist es nun erforderlich, die Iso-Gewinnlinien und die Kammlinien beider Produkte in einer Zeichnung zu vereinen. Man erhält dann zwei einander durchdringende Iso-Gewinnkurvenscharen (Abb. 3.3).

Die Iso-Gewinnlinie für alternative Gewinne $G_2 = C_2$ hat die Funktion

$$p_1 = -\frac{C_2+c_{o2}}{d_{21}(p_2-c_2)} - \frac{d_{22}}{d_{21}} p_2 + \frac{h_2}{d_{21}} . \tag{3.20}$$

Die Kammlinie LL lautet:

$$p_1 = -2\,\frac{d_{22}}{d_{21}}\,p_2 + \frac{d_{22}c_2+h_2}{d_{21}}\,. \tag{3.21}$$

Diese beiden Funktionen lassen sich analog der Vorgehensweise für den Fall des Gutes 1 ableiten.

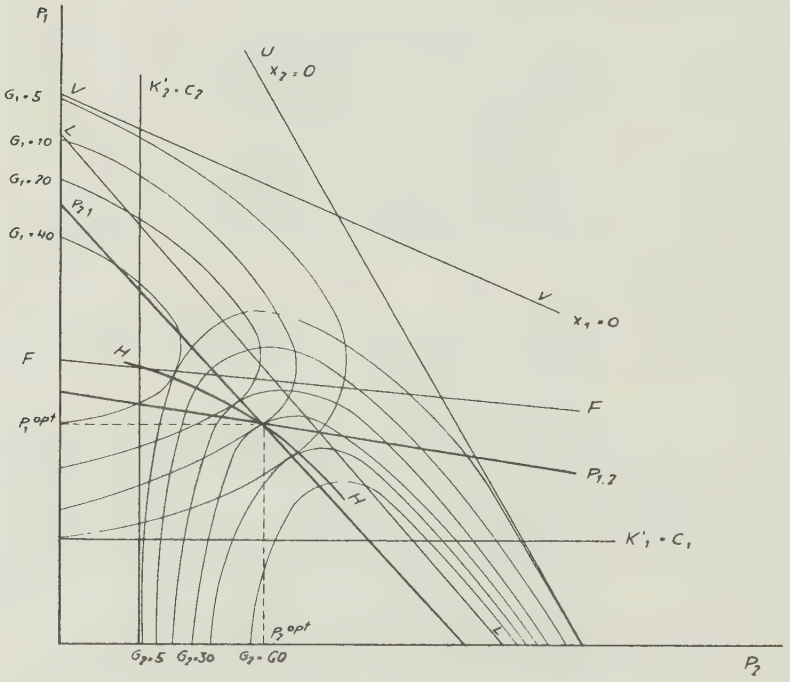


Abb. 3.3

Die Kammlinien FF und LL geben nun jeweils den maximalen Gewinn des betrachteten Gutes bei vorgegebenem Preis des anderen Gutes wieder. Damit wird gleichzeitig der gewinnmaximale Absatzpreis des betrachteten Gutes bei vorgegebenem Absatzpreis des komplementären Gutes bestimmt.

Das Ziel der Preispolitik der Mehrproduktunternehmung besteht jedoch darin, den Gesamtgewinn aus dem Absatz der beiden nachfragemäßig verbundenen Produkte zu maximieren.

Dieser Gesamtgewinn

$$(3.22) \quad G=E_1(p_1,p_2)+E_2(p_1,p_2)-K_1[\bar{x}_1(p_1,p_2)]-K_2[\bar{x}_2(p_1,p_2)]$$

ist dann maximiert, wenn

$$(3,23) \quad \frac{\delta G(p_1,p_2)}{\delta p_1} = \frac{\delta G(p_1,p_2)}{\delta p_2} = 0$$

erfüllt ist.

Diese notwendige Bedingung läßt sich auch

$$(3.24a) \quad \frac{\delta G}{\delta p_1} = \frac{\delta G_1}{\delta p_1} + \frac{\delta G_2}{\delta p_1} = 0 \quad \text{und}$$

$$(3.24b) \quad \frac{\delta G}{\delta p_2} = \frac{\delta G_1}{\delta p_2} + \frac{\delta G_2}{\delta p_2} = 0$$

schreiben. Es ist dann

$$(3.25a) \quad \frac{\delta G_1}{\delta p_1} = -\frac{\delta G_2}{\delta p_1} \quad \text{und}$$

$$(3.25b) \quad \frac{\delta G_1}{\delta p_2} = -\frac{\delta G_2}{\delta p_2} .$$

Man erhält durch Division und Umformung als Bedingung für das Gewinnmaximum

$$(3.26) \quad \frac{\delta G_1}{\delta p_2} : \frac{\delta G_1}{\delta p_1} - \frac{\delta G_2}{\delta p_2} : \frac{\delta G_2}{\delta p_1} = 0 .$$

Diese Gleichung (3.26) gibt zusätzlich die Bedingung dafür an, daß die Steigungen der Iso-Gewinnlinien gleich sind; und zwar ist das totale Differential der Iso-Gewinnlinien $G_1(p_1,p_2) = C_1$,

$$(3.27) \qquad dG_1 = 0 = \frac{\delta G_1}{\delta p_1} dp_1 + \frac{\delta G_1}{\delta p_2} dp_2 \ .$$

Daraus ergibt sich

$$(3.28) \qquad \frac{dp_1}{dp_2} = - \frac{\frac{\delta G_1}{\delta p_2}}{\frac{\delta G_1}{\delta p_1}} \ .$$

Der erste Term der obigen Bedingung (3.26) gibt die Steigung der Iso-Gewinnlinie in bezug auf die p_2-Achse wieder. Entsprechend läßt sich die Größe $\frac{\delta G_2}{\delta p_2} : \frac{\delta G_2}{\delta p_1}$ ableiten. Die Gleichung (3.26) besagt also, daß im Gewinnmaximum die Steigungen der Iso-Gewinnlinien gleich sein müssen.

Verbindet man in der Abbildung 3.3 diejenigen p_1/p_2-Kombinationen, bei denen sich die Iso-Gewinnlinien von außen tangieren, so erhält man als geometrischen Ort dieser Berührungspunkte die Kurve HH. Diese Kurve ist durch die Gleichung (3.26) definiert.

Diese HH-Linie hat einerseits die Eigenschaft, daß auf ihr bei vorgegebenem Gewinn des Gutes 1 (2) der maximale Gewinn des Gutes 2 (1) liegt. Zusätzlich liegt auf dieser Kurve das Maximum der Gesamtgewinne der beiden Produkte der Mehrproduktunternehmung.

Das Gesamtgewinnmaximum liegt dann vor, wenn

(3.29a) $$\frac{\delta G}{\delta p_1} = x_1 + p_1\frac{\delta x_1}{\delta p_1} + p_2\frac{\delta x_2}{\delta p_1} - c_1\frac{\delta x_1}{\delta p_1} - c_2\frac{\delta x_2}{\delta p_1} = 0$$

und

(3.29b) $$\frac{\delta G}{\delta p_2} = x_2 + p_2\frac{\delta x_2}{\delta p_2} + p_1\frac{\delta x_1}{\delta p_2} - c_2\frac{\delta x_2}{\delta p_2} - c_1\frac{\delta x_1}{\delta p_2} = 0$$

ist. Diese partiellen Differentiale lassen sich unter Verwendung der Nachfragefunktionen $x_1 = h_1 - d_{11}p_1 - d_{12}p_2$ und $x_2 = h_2 - d_{22}p_2 - d_{21}p_1$ wie folgt schreiben:

(3.30a) $$\frac{\delta G}{\delta p_1} = h_1 - 2d_{11}p_1 - d_{12}p_2 - d_{21}p_2 + d_{11}c_1 + d_{21}c_2 = 0$$

(3.30b) $$\frac{\delta G}{\delta p_2} = h_2 - 2d_{22}p_2 - d_{21}p_1 - d_{12}p_1 + d_{12}c_1 + d_{22}c_2 = 0 \quad .$$

Man erhält aus (3.30a) die gesamtgewinnmaximale Linie

(3.31) $$p_1 = -\frac{d_{12}+d_{21}}{2d_{11}}p_2 + \frac{h_1 + d_{11}c_1 + d_{21}c_2}{2d_{11}} \qquad (P_{1.2})$$

und aus (3.30b) die gesamtgewinnmaximale Linie

$$p_2 = -\frac{d_{12}+d_{21}}{2d_{22}}p_1 + \frac{h_2 + d_{12}c_1 + d_{22}c_2}{2d_{22}}$$

bzw.

(3.32) $$p_1 = -\frac{2d_{22}}{d_{12}+d_{21}}p_2 + \frac{h_2 + d_{12}c_1 + d_{22}c_2}{d_{12}+d_{21}} \qquad (P_{2.1}) \quad .$$

Die Gleichung $\frac{\delta G}{\delta p_1}$ zeigt für jeden beliebigen Preis des Gutes 2 an, wieweit der Preis des Gutes 1 gesamtgewinnsteigernd verändert werden kann. Die Gleichung $\frac{\delta G}{\delta p_2}$ gibt die entsprechende Bedingung für den Preis des Gutes 2 an.

Im Schnittpunkt der gewinnmaximalen Linien, d.h. bei der Bedingung $\frac{\delta G}{\delta p_1} = \frac{\delta G}{\delta p_2} = 0$, liegt das Gesamtgewinnmaximum bei Nachfrageverbund. Es liegt auf der Kurve HH, da diese Kurve definiert ist durch die Gleichung

$$\frac{\delta G_1}{\delta p_2} : \frac{\delta G_1}{\delta p_1} = \frac{\delta G_2}{\delta p_2} : \frac{\delta G_2}{\delta p_1} = 0 \; . \tag{3.26}$$

Dieser Schnittpunkt veranschaulicht einmal die optimale Kombination der gewinnmaximalen Absatzpreise p_1 und p_2 und zeigt zugleich die zugehörigen Gewinne der beiden Produkte.

Der optimale Absatzpreis für die beiden Produkte läßt sich aus den Gleichungen für die gesamtgewinnmaximalen Linien (3.31) und (3.32) errechnen. Es ergibt sich

$$p_1^{opt} = \frac{-(d_{12}+d_{21})h_2 + 2d_{22}h_1 + (2d_{11}d_{22} - d_{12}(d_{12}+d_{21}))c_1}{4d_{11}d_{22} - (d_{12}+d_{21})^2} - \frac{d_{22}(d_{12}-d_{21})c_2}{4d_{11}d_{22} - (d_{12}+d_{21})^2} \tag{3.33}$$

und

$$p_2^{opt} = - \frac{(d_{12}+d_{21})h_1 + 2d_{11}h_2 + (2d_{11}d_{22} - d_{21}(d_{12}+d_{21}))c_2}{4d_{11}d_{22} - (d_{12}+d_{21})^2} - \frac{d_{11}(d_{21}-d_{12})c_1}{4d_{11}d_{22} - (d_{12}+d_{21})^2} \; . \tag{3.34}$$

Bei Komplementarität können nun negative Gewinne bei einem Produkt auftreten. Dennoch wird der Gesamtgewinn maximiert.[1] Dies bedeutet, daß auf

1 Vgl. die Ableitung der Bedingungen für den Eintritt dieser Zugartikelwirkung eines Gutes auf S. 103.

der HH-Linie z.B. die Isogewinnlinie $G_1 > 0$ eine Isogewinnlinie $G_2 < 0$ tangiert.

Die Isogewinnlinie des Gutes 2

$$p_1 = -\frac{C_2 + c_{o2}}{d_{21}(p_2 - c_2)} - \frac{d_{22}}{d_{21}} p_2 + \frac{h_2}{d_{21}}, \tag{3.20}$$

fällt nun für den Fall, daß der Preis des Gutes 2 gleich den Grenzkosten $K_2' = c_2$ ist, mit der Grenzkostenkurve zusammen.

Ist der Gewinn des Gutes 2 negativ und ist außerdem $-C_2 + c_{o2} < 0$ und zusätzlich $p_2 < c_2$ - eine Isogewinnlinie für negative Gewinne und der Bedingung $p_2 > c_2$ ist ökonomisch irrelevant - so ergeben sich Isogewinnlinien, die mit steigendem p_2 und sinkendem p_1 sich der Grenzkostenkurve $K_2' = c_2$ asymptotisch nähern.

Die Abbildung 3.4 verdeutlicht, daß die gesamtgewinnmaximale Absatzpreiskombination im Tangentialpunkt der Isogewinnlinie mit negativem Gewinn ($G_2 = -40$) mit der Isogewinnlinie des Gutes 2 ($G_1 = +100$) erreicht ist.

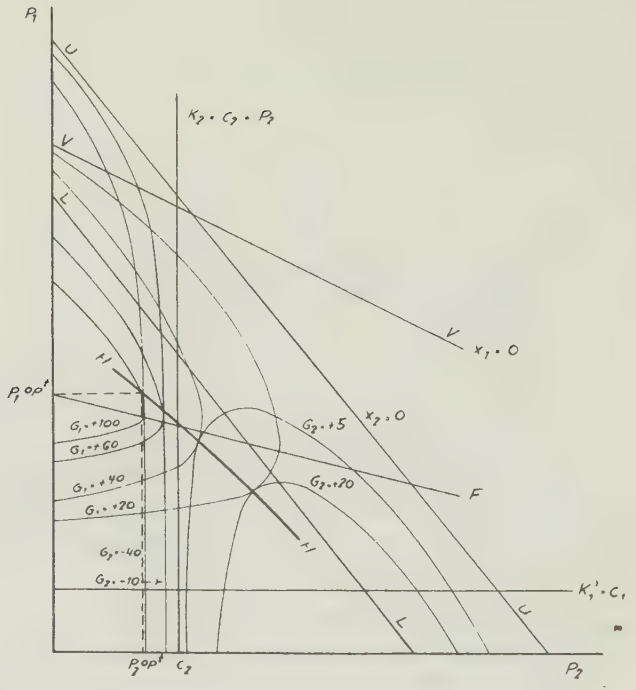


Abb. 3.4

Aus dieser gewinnmaximalen Preiskombination und der Darstellung der zugehörigen Gewinne der beiden Produkte läßt sich nun zusätzlich die gewinnmaximale Absatzmengenkombination der Produkte ableiten. Dabei sei davon ausgegangen, daß die gewinnmaximalen Absatzpreislinien bereits ermittelt worden sind.

Die gewinnmaximalen Absatzmengen erhält man dadurch, daß man in ein Koordinatenkreuz jeder Preiskombination auf der Absatzpreislinie $P_{1.2}$ über die Schar der Preis-Absatz-Funktionen $x_1=x_1(p_1,p_2)$ und $x_2=x_2(p_1,p_2)$ die zugehörigen Absatzmengen zuordnet.

Dadurch ergibt sich für jede Absatzpreiskombination der Absatzpreislinie $P_{1.2}$ eine entsprechende Absatzmengenkombination. Die Verbindung der Absatzmengenkombinationen führt zur gewinnmaximalen Absatzmengenlinie $X_{1.2}$. Entsprechend lassen sich alle Preiskombinationen der Absatzpreislinie $P_{2.1}$ in eine gewinnmaximale Absatzmengenlinie $X_{2.1}$ transformieren. Der Schnittpunkt dieser gewinnmaximalen Absatzmengenlinien $X_{1.2}$ und $X_{2.1}$ stellt die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenkombination der nachfrageverwandten Güter dar.

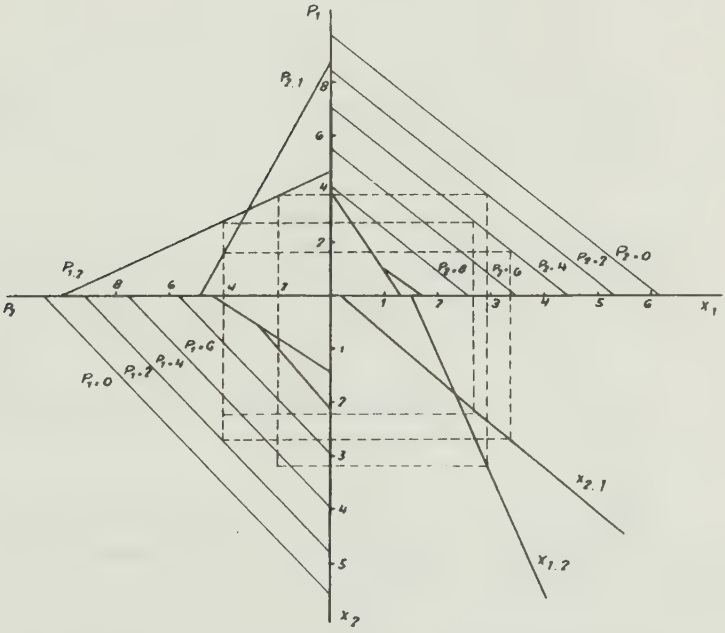


Abb. 3.5

III Die Bestimmung der gesamtgewinnmaximalen Absatzpreise bei substitutivem Nachfrageverbund

Bei substitutivem Nachfrageverbund haben die Preis-Absatz-Funktionen im Zwei-Produktfall folgende algebraische Form:

(2.28a) $x_1 = h_1 - d_{11}p_1 + d_{12}p_2$ und

(2.28b) $x_2 = h_2 - d_{22}p_2 + d_{21}p_1$.

Mit zunehmendem Preis des nachfragemäßig substitutiv verbundenen Gutes 2 (1) steigt somit die Absatzmenge des betrachteten Gutes 1 (2). Es sei ferner angenommen, daß die Güter 1 und 2 für einen Teil der Nachfrager nicht gegeneinander substituierbar sind. Dies bedeutet, daß selbst bei einem Preis von $p_2 = 0$ und $p_1 > 0$ von einem Teil der Nachfrager ausschließlich das Gut 1 gekauft wird.

Die Schar der Preis-Absatz-Funktionen ist durch eine Kernnachfrage $x_1 = h_1 - d_{11}p_1$ (der Preis des anderen Gutes ist Null) und durch eine Originärnachfrage begrenzt. Die Originärnachfrage gibt die Preis-Mengen-Konstellation des Gutes 1 (2) an, bei dem für das zweite (erste) Gut der Prohibitiv-Preis gefordert wird.[1]

Die Schar der Preis-Absatz-Funktionen läßt sich wie beim komplementären Nachfrageverbund in einem p_1/x_1-Koordinatensystem darstellen.

---

1 Vgl. Ernst Heuß, Allgemeine Markttheorie, S. 76.

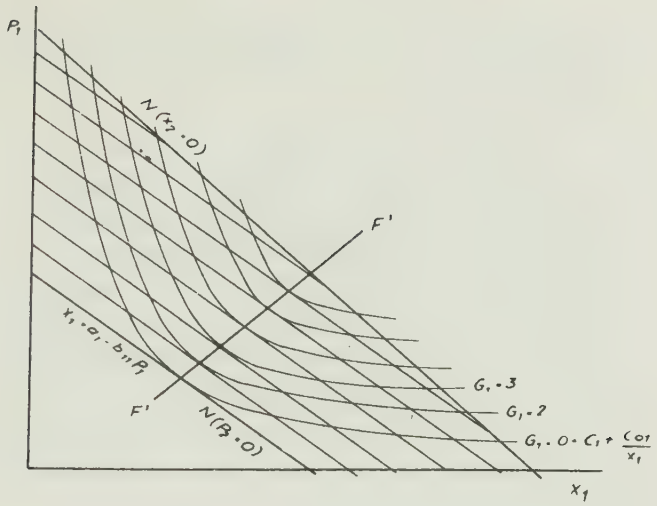


Abb. 3.6

In diesem p_1/x_1-Koordinatensystem lassen sich nun für alternative Preise p_2 des substitutiven Gutes 2 die Preis-Absatz-Funktionen einzeichnen. Da negative Mengen des Gutes 2 ökonomisch irrelevant sind, wird die Schar der Preis-Absatz-Funktionen für den Fall, daß $x_2=0$ ist, durch die Funktion

$$p_1 = \frac{h_1 d_{22} + d_{12} h_2 - d_{22} x_1}{d_{11} d_{22} - d_{12} d_{21}} \tag{2.61}$$

begrenzt. Diese Funktion stellt die obere Begrenzungslinie der Schar der Preis-Absatz-Funktionen dar. Sie kennzeichnet diejenige Situation, in der für das Gut 2 der Prohibitiv-Preis gefordert wird. Die Steigung dieser begrenzten Preis-Absatz-Funktion ist absolut kleiner als die Steigung der Preis-Absatz-Funktionen innerhalb der Begrenzungslinien.

Die untere Begrenzungslinie gilt für den Grenzfall, daß der Preis des substitutiven Gutes Null ist, das Produkt 2 also verschenkt wird.

In diese Schar der Preis-Absatz-Funktionen lassen sich, wie im Fall des komplementären Nachfrageverbundes, Gewinn-Isoquanten einzeichnen. Hierbei stellt die Durchschnittskostenkurve wiederum den geometrischen Ort aller Preis-Mengen-Kombinationen dar, bei dem gerade der Gewinn von Null erzielt wird. Addiert man zu dieser Null-Isogewinnlinie jeweils den Wert $\frac{G_1}{x_1}$ für alternative Werte von G_1, so entsteht analog der Vorgehensweise wie beim komplementären Verbund eine Isogewinnlinien-Schar.

Die Isogewinnlinien für alternative Gewinnhöhen des Produktes 1, die Preis-Absatz-Funktion für den Fall des Prohibitiv-Preises des Gutes 2 und die Kammlinie F'F', die sich aus den Tangentialpunkten der Isogewinnlinien mit den Preis-Absatz-Funktionen ergibt, lassen sich in ein p_1/p_2-Koordinatensystem übertragen. Die hierbei angegebenen Funktionen für die einzelnen Kurven lassen sich unter Beachtung der Preis-Absatz-Funktionen für den substitutiven Nachfrageverbund analog zu denen des komplementären Nachfrageverbundes ermitteln.

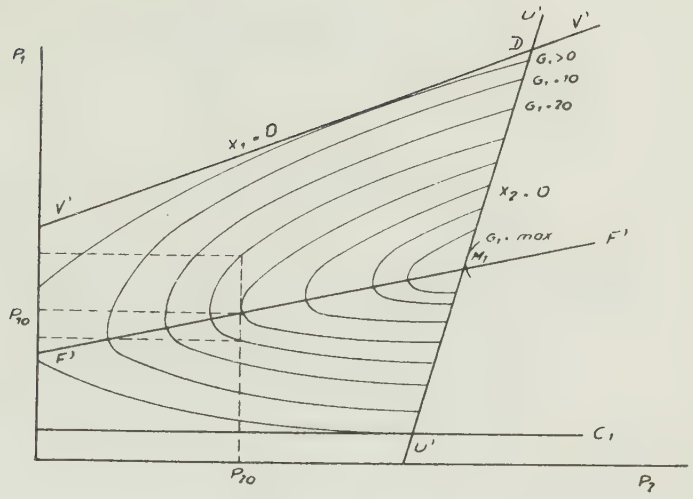


Abb. 3.7

Die Isogewinnlinien für das Gut 1 haben im p_1/p_2-Koordinatensystem die Gestalt

$$p_2 = \frac{C_1+c_{01}}{d_{12}(p_1-c_1)} + \frac{d_{11}}{d_{12}} p_1 - \frac{h_1}{d_{12}} \quad . \tag{3.35}$$

Diese Isogewinnlinien sind in bezug auf die p_1-Achse konvex. Es haben diejenigen Gewinnisoquanten einen höheren Gewinnindex, die einen weiteren Abstand zur p_1-Achse aufweisen. Dort, wo die Neigung $\frac{\delta p_2}{\delta p_1}$ der Isogewinnlinie in bezug auf die p_1-Achse Null ist, liegt für vorgegebenen Preis p_2 des substitutiven Gutes das Minimum der Isogewinnkurve in bezug auf die p_1-Achse vor. Damit ist gleichzeitig der gewinnmaximale Absatzpreis p_1 für das Gut 1 bei vorgegebenem Preis p_2 bestimmt.

Die Verbindungslinie dieser Isogewinnkurvenmaxima ergibt die Kammlinie F'F':

$$p_1 = \frac{d_{12}}{2d_{11}} p_2 + \frac{d_{11}c_1+h_1}{2d_{11}} \tag{3.36}$$

Der maximale Gewinn des Gutes 1 scheint dann erreicht zu sein, wenn die Kammlinie F'F' die Begrenzungslinie $x_2 = 0$ schneidet. Indes liegt der Maximalgewinn für das Gut 1 im Punkte M_1, da oberhalb des Schnittpunktes der Kammlinie F'F' mit der Begrenzungslinie $x_2=0$ noch eine Gewinn-Isoquante mit einem noch höheren Gewinnindex existiert, die diese Begrenzungslinie im Punkte M_1 tangiert. Der Punkt M_1 gibt das Gewinnmaximum des Gutes 1 für den Fall an, daß für das Gut 2 der Prohibitiv-Preis gefordert wird.

Die Isogewinnlinie für den Gewinn $G_1=0$ wird begrenzt durch V'V', die Null-Absatzlinie für $x_1=0$, d.h. durch

$$p_1 = \frac{d_{12}}{d_{11}} p_2 + \frac{h_1}{d_{11}} \tag{3.37}$$

und durch die Grenzkostenlinie $K_1' = c_1$.

Der Bereich für Preiskombinationen der beiden Güter wird zusätzlich eingeengt durch die Nullabsatzlinie U'U', d.h. für $x_2=0$, also durch

$$p_1 = \frac{d_{22}}{d_{21}} p_2 - \frac{h_2}{d_{21}} . \tag{3.38}$$

Die Vereinigung der auf gleiche Art abgeleiteten Isogewinnlinien für das Gut 2

$$(3.39) \qquad p_1 = \frac{C_2+c_{o2}}{d_{21}(p_2-c_2)} + \frac{d_{22}}{d_{21}} p_2 - \frac{h_2}{d_{21}}$$

und der Kammlinie L'L'

$$(3.40) \qquad p_1 = 2\frac{d_{22}}{d_{21}} p_2 - \frac{d_{22}c_2+h_2}{d_{21}}$$

mit der Darstellung für das Gut 1 im p_1/p_2-Koordinatensystem ergibt wiederum einander durchdringende Isogewinnlinien.

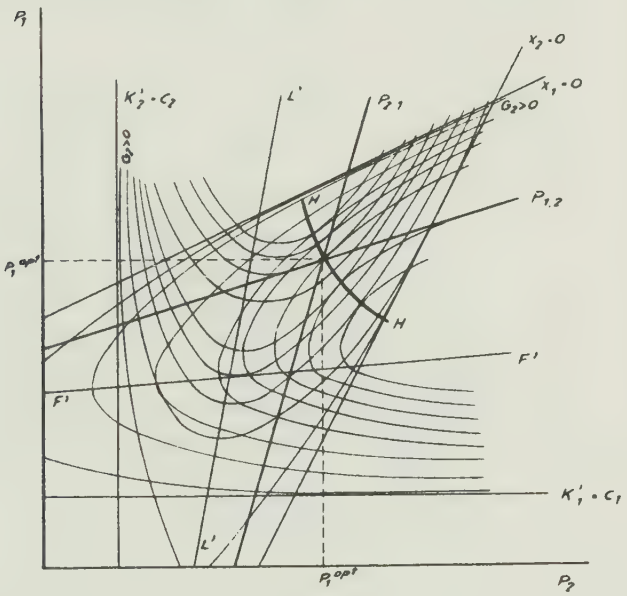


Abb. 3.8

Der Gesamtgewinn aus dem Absatz der nachfragemäßig substitutiv verbundenen Güter wird nun maximiert, wenn $\frac{\delta G}{\delta p_1} = \frac{\delta G}{\delta p_2} = 0$ erfüllt ist.

Bei substitutiven Gütern erhält man durch partielle Differentiation

$$(3.41a)\quad \frac{\delta G}{\delta p_1} = h_1 - 2d_{11}p_1 + d_{12}p_2 + d_{21}p_2 + d_{11}c_1 - d_{21}c_2 = 0$$

und

$$(3.41b)\quad \frac{\delta G}{\delta p_2} = h_2 + d_{12}p_1 - 2d_{22}p_2 + d_{21}p_1 - d_{12}c_1 + d_{22}c_2 = 0 \ .$$

Die gesamtgewinnmaximalen Absatzpreislinien lauten somit

$$(3.42)\quad p_1 = \frac{d_{12}+d_{21}}{2d_{11}}\, p_2 + \frac{h_1+d_{11}c_1-d_{21}c_2}{2d_{11}}\ , (P_{1.2})$$

und

$$(3.43)\quad p_1 = \frac{2d_{22}}{d_{12}+d_{21}}\, p_2 - \frac{h_2-d_{12}c_1+d_{22}c_2}{d_{12}+d_{21}}\ . (P_{2.1})$$

Diese gesamtgewinnmaximalen Preislinien $P_{1.2}$ und $P_{2.1}$ geben bei vorgegebenem Absatzpreis des Gutes 2 (1) den gesamtgewinnmaximalen Absatzpreis des Gutes 1 (2) wieder. Der Schnittpunkt dieser gesamtgewinnmaximalen Preislinien ergibt die gesamtgewinnmaximale Absatzpreiskombination. Dieser Schnittpunkt liegt, wie bereits abgeleitet, auf der HH-Linie. Er veranschaulicht gleichzeitig die zugehörigen Gewinne der beiden substitutiven Produkte.

Die gewinnmaximalen Absatzpreislinien $P_{1.2}$ und $P_{2.1}$ lassen sich nun über die Preis-Absatz-Funktionen $x_1=x_1(p_1,p_2)$ und $x_2=x_2(p_1,p_2)$ in ein x_1/x_2-Koordinatensystem transformieren. Die gewinnmaximalen Absatzmengenlinien

(3.44) $$\frac{\delta G}{\delta x_1} = \frac{\delta E_1}{\delta x_1} + \frac{\delta E_2}{\delta x_1} - \frac{\delta K_1}{\delta x_1} = 0 \qquad (X_{1.2})$$

und

(3.45) $$\frac{\delta G}{\delta x_2} = \frac{\delta E_2}{\delta x_2} + \frac{\delta E_1}{\delta x_2} - \frac{\delta K_1}{\delta x_2} = 0 \qquad (X_{2.1})$$

sind negativ geneigt, denn je größer x_2 (x_1) ist, desto größer ist wegen des substitutiven Verbundes die gesamtgewinnmaximale Absatzmenge x_1 (x_2). Man erhält also folgende Darstellung für die Bestimmung der gesamtgewinnmaximalen Absatzmengenkombination.

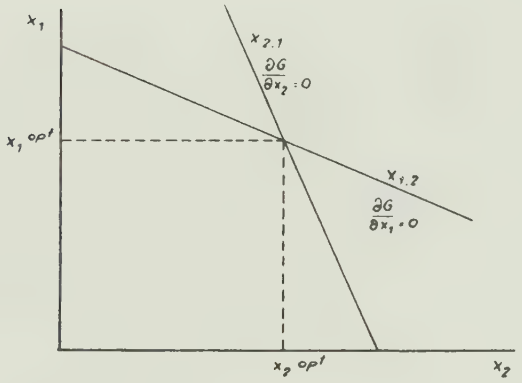


Abb. 3.9

4. Kapitel: Das Edgeworth-Paradoxon als Spezialproblem der Preistheorie der Mehrproduktunternehmung

I Die Grundlagen für den Eintritt des Paradoxons

1 Ein Beispiel für das Paradoxon

In der bisherigen Untersuchung ist das Problem der Nachfrageverbundenheit ohne Veränderung der Kosten behandelt worden. Es sind die Auswirkungen einer Grenzkostenänderung in einer Mehrproduktunternehmung auf Absatzpreise und Absatzmengen zu analysieren.

Überraschende Ergebnisse zeigen sich beim Edgeworth'schen Paradoxon. Edgeworth zeigt anhand einiger Zahlenbeispiele, daß ein monopolistischer Anbieter zweier nachfrageverwandter Güter bei einer absatzmengenproportionalen Steuer unter bestimmten, noch zu untersuchenden Voraussetzungen beide Güterpreise senken muß, wenn er seinen Gewinn maximieren will.[1] Diese Wirkungen einer solchen Verbrauchssteuererhöhung sind identisch mit einer Kostenerhöhung, die proportional zur Menge eines der angebotenen Güter ist.

Edgeworth stellt verbal diesen Sachverhalt wie folgt dar.[2] Eine Eisenbahngesellschaft bietet auf einer Fahrstrecke Transportleistungen in zwei Klassen (1. und 3. Klasse) zu verschiedenen

---

1 Vgl. F.Y. Edgeworth, The Pure Theory of Monopoly, S. 132; ders., Professor Seligman on the Theory of Monopoly, in: Papers, Vol. I, S. 143-171, hier S. 148 sowie ders., Applications of Probabilities to Economics, in: Papers, Vol. II, S. 387-428, hier S. 401.

2 Vgl. ders., The Pure Theory of Taxation, in: Papers, Vol. II, S. 63-125, hier S. 92-94.

Preisen an. Bei Auferlegung einer Steuer auf 1.-Klasse-Reisen, also einer Erhöhung der Kosten, erhöht die Gesellschaft den Preis dieser Klasse. Dies hat eine Nachfrageverschiebung von der ersten zur dritten Klasse zur Folge. In dieser dritten Klasse steigt indes der Preis nicht an.

Aufgrund der einseitigen Kostenerhöhung bietet nämlich die Gesellschaft bereitwilliger als zuvor Transportleistungen der dritten Klasse an. Daraus folge eine Tendenz zur Preissenkung in der dritten Klasse. Diese stehe der Tendenz zur Preiserhöhung aufgrund der verstärkten Nachfrage gegenüber und man könne nicht generell sagen, welche Tendenz überwiege. Somit sei eine Preissenkung bei der dritten Klasse möglich. Der Nachfragerückgang bei der ersten Klasse könne dort einen Preisrückgang bis unter den ursprünglichen Preis bewirken. Eine Kostenerhöhung bei einem Produkt kann also ein Sinken aller optimalen Preise unter das ursprüngliche Niveau implizieren.

Dieses Ergebnis sei an einem Beispiel verdeutlicht. Für einen Anbieter mögen folgende Preis-Absatz-Funktionen gelten:

(4.1a) $$x_1 = 5 - \frac{1}{5}p_1 + \frac{3}{5}p_2$$

(4.1b) $$x_2 = \frac{45}{2} + \frac{1}{10}p_1 - \frac{4}{5}p_2 \,.$$

Es sei zurVereinfachung angenommen, daß keinerlei Produktionskosten anfallen. Auf das Gut 1 wird nun eine Verbrauchssteuer vom Satze t erhoben. Dann lautet die Gewinnfunktion:

(4.2) $$G = p_1x_1 + p_2x_2 - tx_1 \longrightarrow \max!$$

$$G = 5p_1 - \frac{1}{5}p_1^2 + \frac{3}{5}p_1p_2 + \frac{45}{2}p_2 + \frac{1}{10}p_1p_2 - \frac{4}{5}p_2^2$$

$$- 5t + \frac{1}{5}tp_1 - \frac{3}{5}tp_2 \longrightarrow \max!$$

(4.3) $$G = (5 + \frac{1}{5}t)p_1 - \frac{1}{5}p_1^2 + \frac{7}{10}p_1p_2 + (\frac{45}{2} - \frac{3}{5}t)p_2 - \frac{4}{5}p_2^2 - 5t \longrightarrow \max$$

Notwendige Bedingung für ein Gewinnmaximum ist, daß die partiellen Ableitungen

(4.4) $$\frac{\delta G}{\delta p_1} = 5 + \frac{1}{5}t - \frac{2}{5}p_1 + \frac{7}{10}p_2 \quad \text{und}$$

(4.5) $$\frac{\delta G}{\delta p_2} = \frac{45}{2} - \frac{3}{5}t + \frac{7}{10}p_1 - \frac{8}{5}p_2$$

Null werden. Somit gelten für die gewinnmaximalen Preise die Bestimmungsgleichungen

(4.4a) $$\frac{2}{5}p_1 - \frac{7}{10}p_2 = 5 + \frac{1}{5}t \quad \text{und}$$

(4.5a) $$\frac{7}{10}p_1 - \frac{8}{5}p_2 = + \frac{3}{5}t - \frac{45}{2} .$$

Mit Hilfe der Cramer'schen Regel erhält man die optimalen Preise

(4.6) $$p_1 = \frac{475}{3} - \frac{2}{3}t \quad \text{und}$$

(4.7) $$p_2 = \frac{250}{3} - \frac{2}{3}t .$$

Setzt der Unternehmer diese Preise, so erreicht er sein Gewinnmaximum, da auch die hinreichenden Bedingungen für ein Maximum erfüllt sind.

Es ergibt sich also folgendes Ergebnis: Ein nach Gewinnmaximierung strebender Anbieter zweier Güter, für welchen obige Preis-Absatz-Funktionen gelten, muß beide Preise senken, wenn das Gut 1 mit einer Verbrauchssteuer bzw. einer mengenproportionalen Kostenerhöhung belastet wird. Dabei ist die Preissenkung abhängig von der proportionalen Kostenerhöhung.

Ein solches Ergebnis tritt in einer Mehrproduktunternehmung ohne Nachfrage- und Kostenverbund nicht ein. Unter der Annahme unmittelbarer negativer Preiswirkungen führt eine mengenproportionale Kostenerhöhung im Fall ohne Nachfrageverbund zu einer Verminderung der Cournot'schen Absatzmenge und zu einem Ansteigen des Absatzpreises des betrachteten Gutes. Die Absatzpreise und Absatzmengen der anderen Güter bleiben unberührt.

Im folgenden ist zu prüfen, unter welchen speziellen Bedingungen des Nachfrageverbundes die beschriebene paradoxe preissenkende Wirkung eintreten kann.

2 Die Vernachlässigung des Einkommenseffektes als notwendige Voraussetzung für den Eintritt des Paradoxons

Der Eintritt des Edgeworth'schen Paradoxons hängt von den Eigenschaften der Preis-Absatz-Funktionen ab. Daher ist zuerst die Beschaffenheit der unterstellten Preis-Absatz-Funktionen zu untersuchen.

Eine erste Bedingung folgt aus[1]

---

1 Vgl. Bedingung (1.7b) auf S. 28.

(4.8a) $$\frac{\delta^2 U}{\delta x_i \delta x_j} = m \frac{\delta p_i}{\delta x_j} \qquad i,j=1,\ldots,n \quad \text{bzw.}$$

(4.8b) $$\frac{\delta^2 U}{\delta x_j \delta x_i} = m \frac{\delta p_j}{\delta x_i} .$$

Da bei differenzierbaren Funktionen die Reihenfolge der partiellen Ableitungen vertauschbar ist, gilt[1]

(4.9) $$\frac{\delta p_i}{\delta x_j} = \frac{\delta p_j}{\delta x_i} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\delta p_1}{\delta x_2} = \frac{\delta p_2}{\delta x_1} \quad \text{im Zwei-Güter-Fall.}$$

Für die Bestimmung eines Maximums muß zusätzlich folgende notwendige Bedingung gelten:

(4.10)
$$\frac{\delta^2 U}{\delta x_i^2} < 0 \quad ; \quad \frac{\delta^2 U}{\delta x_j^2} < 0 \; ;$$

$$\frac{\delta^2 U}{\delta x_j^2} \frac{\delta^2 U}{\delta x_i^2} - \left(\frac{\delta^2 U}{\delta x_i \delta x_j} \right)^2 > 0$$

bzw.

(4.11)
$$m \frac{\delta p_i}{\delta x_i} < 0 \quad ; \quad m \frac{\delta p_j}{\delta x_j} < 0 \; ;$$

$$m^2 \left[\frac{\delta p_i}{\delta x_i} \frac{\delta p_j}{\delta x_j} - \left(\frac{\delta p_i}{\delta x_j} \right)^2 \right] > 0 .$$

Da m konstant und positiv ist, ergeben sich folgende Bedingungen:

---

1 Zur Ableitung der folgenden Bedingung vgl. Harold Hotelling, Edgeworth's Taxation Paradox, S. 590-595 sowie ders., Demand Functions with Limited Budgets, in: Econometrica, Vol. III (1935), S. 66-78, hier S. 66-70.

$$\frac{\delta P_i}{\delta x_i} < 0 \quad ; \quad \frac{\delta P_j}{\delta x_j} < 0 \; ;$$

(4.12)

$$\frac{\delta P_i}{\delta x_i} \frac{\delta P_j}{\delta x_j} - \left(\frac{\delta P_i}{\delta x_j}\right)^2 > 0 \; .$$

Die Bedingung (4.12) besagt, daß das Produkt der Preisänderung der Güter aufgrund einer Änderung ihrer eigenen Nachfrage größer ist als das Produkt der Preisänderungen der Güter aufgrund einer Nachfrageänderung des jeweils anderen Gutes. Die Bedingung (4.12) gilt nach Bailey[1] nur dann mit Sicherheit, wenn in der Slutsky-Gleichung der Einkommenseffekt Null wird.

Bei geringen Preisänderungen wird das Realeinkommen nur wenig beeinflußt. Der Einkommenseffekt ist vernachlässigbar klein. Zudem fragen nicht nur Haushalte, sondern auch Unternehmungen die Güter nach. Ein Unternehmer wird aber bei einer Preissteigerung sein Budget nicht unverändert lassen. Er wird zusätzliches Kapital aufnehmen. Somit ist bei einer Nachfrage durch Unternehmer der Einkommenseffekt vernachlässigbar gering.[2]

Zusätzlich haben wir abgeleitet, daß sich bei einer Betrachtung von mehr als zwei Gütern und der Gesamtzahl der Nachfrager die Wirkung des

---

1 Vgl. Martin J. Bailey, Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand Functions, in: Econometrica, Vol. XXII (1954), S. 72-78, hier S. 72-74.

2 Vgl. ebenda, S. 72; vgl. auch Hans Hermann Weber, Zur Bedeutung der Haushaltstheorie für die betriebswirtschaftliche Absatztheorie, S. 774.

Einkommenseffektes auf alle anderen Güter und alle anderen Nachfrager verteilt.[1] In der Unternehmenstheorie läßt sich also der Einkommenseffekt vernachlässigen. Man kann die Bedingung

$$\frac{\delta p_i}{\delta x_i}\frac{\delta p_j}{\delta x_j} - \frac{\delta p_i}{\delta x_j}\frac{\delta p_j}{\delta x_i} > 0 \tag{4.12}$$

als richtig ansehen.[2]

3 Die mathematischen Grundlagen des Modells bei mengenproportionaler Kostenerhöhung

Die Gewinnfunktion einer Unternehmung bei Mengenpolitik

$$G(x_1,x_2) = p_2(x_1,x_2)x_1 + p_2(x_1,x_2)x_2 - K(x_1,x_2) \longrightarrow \max \tag{4.13}$$

wird im Zwei-Güter-Fall nach einer mengenproportionalen Kostenerhöhung des Gutes 1

$$G(x_1,x_2) = p_1(x_1,x_2)x_1 + p_2(x_1,x_2)x_2 - K(x_1,x_2) - tx_1 \longrightarrow \max. \tag{4.14}$$

---

1 Vgl. S. 48.

2 Die zusätzlichen Bedingungen, die Garver für Nachfragefunktionen nennt, d.h. die Bedingungen $\frac{\delta x_i}{\delta p_i} + \frac{\delta x_j}{\delta p_i} < 0$ (vgl. Raymond Garver, The Edgeworth Taxation Phenomenon, in: Econometrica, Vol. I (1933), S. 402-407, hier S. 402-405, insbesondere S. 405) kann nicht als allgemeingültig angesehen werden, denn diese Bedingungen sind nicht unabhängig von der Wahl der Mengeneinheiten der Güter (vgl. Harold Hotelling, Note on Edgeworth's Taxation Phenomenon and Professor Garver's Additional Condition on Demand Functions, in: Econometrica, Vol. I (1933), S. 408-409 sowie ders., Edgeworth's Taxation Paradox, S. 595f.).

Die partiellen Ableitungen nach den Gütermengen

(4.15a) $$\frac{\delta G}{\delta x_1} = p_1 + \frac{\delta p_1}{\delta x_1}x_1 + \frac{\delta p_1}{\delta x_2}x_2 - \frac{\delta K}{\delta x_1} - t$$

(4.15b) $$\frac{\delta G}{\delta x_2} = p_2 + \frac{\delta p_2}{\delta x_2}x_2 + \frac{\delta p_1}{\delta x_2}x_1 - \frac{\delta K}{\delta x_1}$$

müssen im Gewinnmaximum gleich Null werden.[1] Die hinreichenden Bedingungen für ein Gewinnmaximum lauten:

(4.16a) $$\frac{\delta^2 G}{\delta x_1^2} < 0 \; ; \quad \frac{\delta^2 G}{\delta x_2^2} < 0 \; ;$$

$$D = \frac{\delta^2 G}{\delta x_1^2}\frac{\delta^2 G}{\delta x_2^2} - \left(\frac{\delta^2 G}{\delta x_1 \delta x_2}\right)^2 > 0 \; .$$

Das Gleichungssystem (4.15) läßt sich nun wie folgt definieren:[2]

(4.17a) $$\frac{\delta G^+}{\delta x_1} = p_1 + \frac{\delta p_1}{\delta x_1}x_1 + \frac{\delta p_1}{\delta x_2}x_2 - \frac{\delta K}{\delta x_1} = t$$

(4.17b) $$\frac{\delta G^+}{\delta x_2} = p_2 + \frac{\delta p_2}{\delta x_2}x_2 + \frac{\delta p_1}{\delta x_2}x_1 - \frac{\delta K}{\delta x_2} = 0 \; .$$

Die Gleichungssysteme (4.15) und (4.17) unterscheiden sich lediglich dadurch, daß $\frac{\delta G}{\delta x_1}$ im Unterschied zu $\frac{\delta G^+}{\delta x_1}$ noch den Summanden -t enthält, der aber bei jeder weiteren Differentiation entfällt. Somit gilt

---

1 Es sei bei dieser Differentiation angenommen worden, daß $\frac{\delta p_i}{\delta x_j} = \frac{\delta p_j}{\delta x_i}$ ist.

2 Vgl. im folgenden auch Harold Hotelling, Edgeworth's Taxation Paradox, S. 608-611.

$$\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1^2} < 0 \quad ; \quad \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} < 0 \; ;$$

(4.16b)

$$D = \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1^2} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} - \left(\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2}\right)^2 > 0 \; .$$

Die mengenproportionale Kostenerhöhung t hat einen zweifachen Einfluß auf den Gewinn: Erstens übt t einen direkten Einfluß aus, der Gewinn wird durch die Kostenerhöhung geschmälert. Zweitens werden durch die mengenproportionale Kostenerhöhung die Absatzmenge x_1 und x_2 verändert. Die Absatzmengen sind somit Funktionen der Kostenerhöhung t. Differenziert man die Gleichungen (4.17a) und (4.17b) nach t, so erhält man

(4.18a) $$\frac{\delta G^+}{\delta x_1} \frac{\delta x_1}{\delta t} = \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1^2} \frac{\delta x_1}{\delta t} + \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} \frac{\delta x_2}{\delta t} = 1$$

(4.18b) $$\frac{\delta G^+}{\delta x_2} \frac{\delta x_2}{\delta t} = \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} \frac{\delta x_1}{\delta t} + \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} \frac{\delta x_2}{\delta t} = 0 \; .$$

Daraus erhält man mit Hilfe der Cramer'schen Regel:

(4.19a) $$\frac{\delta x_1}{\delta t} = \frac{1}{D} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2}$$

(4.19b) $$\frac{\delta x_2}{\delta t} = - \frac{1}{D} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} \; .$$

Da p_1 und p_2 Funktionen von x_1 und x_2 sind, erhält man als Änderung der Preise in bezug auf die mengenproportionale Kostenänderung t

$$\frac{\delta p_1}{\delta t} = \frac{\delta p_1}{\delta x_1}\frac{\delta x_1}{\delta t} + \frac{\delta p_1}{\delta x_2}\frac{\delta x_2}{\delta t} \tag{4.20a}$$

$$\frac{\delta p_2}{\delta t} = \frac{\delta p_1}{\delta x_2}\frac{\delta x_1}{\delta t} + \frac{\delta p_2}{\delta x_2}\frac{\delta x_2}{\delta t} \tag{4.20b}$$

bzw. unter Berücksichtigung von (4.19)

$$\frac{\delta p_1}{\delta t} = \frac{1}{D}\left(\frac{\delta p_1}{\delta x_1}\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} - \frac{\delta p_1}{\delta x_2}\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2}\right) \tag{4.21a}$$

$$\frac{\delta p_2}{\delta t} = \frac{1}{D}\left(\frac{\delta p_1}{\delta x_2}\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} - \frac{\delta p_2}{\delta x_2}\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2}\right) . \tag{4.21b}$$

Auf der Grundlage dieser letzten Gleichungen lassen sich die notwendigen Bedingungen für den Eintritt des Paradoxons ableiten.

II Die Auswirkungen einer mengenproportionalen Kostenerhöhung auf die Absatzpreise und Absatzmengen bei verbundener Nachfrage

1 Die Auswirkungen der Kostenerhöhung bei komplementärem und substitutivem Nachfrageverbund und linearen sowie nichtlinearen Kosten- und Preis-Absatz-Funktionen

Im Falle nachfrageunabhängiger Güter ist $\frac{\delta p_1}{\delta x_2} = 0$.
Die Gleichungen (4.21) lauten dann:

(4.22a) $$\frac{\delta p_1}{\delta t} = \frac{1}{D} \frac{\delta p_1}{\delta x_1} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2}$$

(4.22b) $$\frac{\delta p_2}{\delta t} = - \frac{1}{D} \frac{\delta p_2}{\delta x_2} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} .$$

In diesen Gleichungen ist $\frac{1}{D}$ positiv, $\frac{\delta p_1}{\delta x_1}$ und $\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2}$ sind gemäß (4.12) und (4.16b) negativ, es ist dann $\frac{\delta p_1}{\delta t}$ positiv.

Dies bedeutet,daß der Preis des Gutes 1 nach einer mengenproportionalen Kostenerhöhung steigt. Die Form der Kostenfunktion hat auf diese Preiserhöhung keinen Einfluß, da die Vorzeichen dadurch nicht verändert werden. Die Preisveränderung des Gutes 2 ist abhängig vom Vorzeichen von $\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2}$. Dieser Preis kann also steigen oder sinken. Hierbei kann auch die Kostenfunktion von Bedeutung sein. Da jedoch der Preis p_1 steigt, kann das Paradoxon nicht eintreten.

Im Fall nachfrageverbundener Güter ist $\frac{\delta p_1}{\delta x_2} \neq 0$. Für den Fall des Paradoxons müssen gemäß (4.21) die Ungleichungen gelten:

(4.23a) $$\frac{\delta p_1}{\delta x_1} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} - \frac{\delta p_1}{\delta x_2} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} < 0$$

(4.23b) $$\frac{\delta p_1}{\delta x_2} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} - \frac{\delta p_2}{\delta x_2} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} < 0 \quad .$$

Es sei angenommen, daß komplementäre Güter vorliegen. Dann ist $\frac{\delta p_1}{\delta x_2} > 0$. Man kann (4.23b) mit $\frac{\delta p_1}{\delta x_2}$ und (4.23a) mit $-\frac{\delta p_2}{\delta x_2}$ multiplizieren. Dann erhält man

(4.24a) $$-\frac{\delta p_1}{\delta x_1} \frac{\delta p_2}{\delta x_2} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} + \frac{\delta p_1}{\delta x_2} \frac{\delta p_2}{\delta x_2} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} < 0$$

(4.24b) $$\left(\frac{\delta p_1}{\delta x_2}\right)^2 \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} + \frac{\delta p_1}{\delta x_2} \frac{\delta p_2}{\delta x_2} \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} < 0 \quad .$$

Durch Addition ergibt sich

(4.25) $$\left[-\left(\frac{\delta p_1}{\delta x_2}\right)^2 - \frac{\delta p_1}{\delta x_1} \frac{\delta p_2}{\delta x_2}\right] \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} < 0 \quad .$$

Es ist entsprechend der Bedingung (4.16b) $\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} < 0$ und der Bedingung (4.12) $\left(\frac{\delta p_1}{\delta x_1}\right) \frac{\delta p_2}{\delta x_2} - \left(\frac{\delta p_1}{\delta x_2}\right)^2 > 0$.

Dies bedeutet, daß das Paradoxon bei komplementärem Nachfrageverbund nicht eintreten kann.[1] Die Form der Kostenfunktion hat auf dieses Ergebnis keinen Einfluß, denn sie hat weder einen Einfluß auf die Bedingung (4.12), noch auf das Vorzeichen von $\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2}$.

Die Aussage von Edgeworth trifft also nicht zu, wenn er annimmt, daß das Paradox auch im Falle einer Verbrauchssteuer bei komplementären Gütern eintritt.[2] Die Zahlenbeispiele von Edgeworth beziehen sich allerdings stets nur auf substitutive Güter.

Das Edgeworth'sche Paradoxon kann nur eintreten, wenn $\frac{\delta p_1}{\delta x_2} < 0$ ist, wenn also die Güter substitutional sind. Indes ist diese Aussage nicht umkehrbar. Ein substitutionaler Verbund impliziert nicht notwendig einen Eintritt des Paradoxons.

Eine Preissenkung $\frac{\delta p_1}{\delta t}$ tritt dann ein, wenn in Gleichung (4.21a), da $\frac{\delta p_1}{\delta x_1} < 0$; $\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} < 0$, das Produkt aus $\frac{\delta p_1}{\delta x_2}$ und $\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2}$ positiv ist. Da annahmegemäß $\frac{\delta p_1}{\delta x_2} < 0$ ist, muß $\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} < 0$ sein.

Dies bedeutet, daß eine Preissenkung des Gutes 1

---

1 Zu diesem Ergebnis gelangt auch Charles E. Ferguson, Modified Edgeworth Phenomena and the Nature of Related Commodities, in: Essays in Economics and Econometrics, A Volume in Honor of Harold Hotelling; edited by Ralph W. Pfouts, Chapel Hill o.J., S. 178-187, hier S. 187.

2 Vgl. F.Y. Edgeworth, The Pure Theory of Monopoly, S. 134.

zu einer Erhöhung der Nachfrage des Gutes 2 führt (4.19b), gleichzeitig aber wegen der Kostenerhöhung tx_1 eine Verringerung des Grenzgewinnes des Gutes 1 und damit eine Verringerung der Menge des Gutes 1 eintritt.

Die Kostenfunktion ist ohne Bedeutung für den Eintritt des Paradoxons bei unabhängiger oder komplementärer Nachfrage. Sie ist allerdings bei Nachfragesubstitutionalität von Bedeutung.

Bei linearen Preis-Absatz-Funktionen und substitutivem Nachfrageverbund tritt eine Senkung beider Absatzpreise dann ein, wenn die Kostenfunktion nicht linear ist.[1] Denn bei linearer Kostenfunktion und linearer Nachfragefunktion werden sämtliche zweiten Ableitungen der Preise und Kosten Null. Man erhält dann aus Gleichung (4.17):

$$\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1^2} = 2\,\frac{\delta P_1}{\delta x_1}$$

(4.26)
$$\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2} = 2\,\frac{\delta P_1}{\delta x_2}$$

$$\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} = 2\,\frac{\delta P_2}{\delta x_2}\,.$$

Die Gleichungen (4.21) lauten dann:

(4.27a)
$$\frac{\delta P_1}{\delta t} = \frac{1}{2D}\left[-\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1^2}\,\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} - \left(\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2}\right)^2\right] = \frac{1}{2}$$

---

1 Vgl. Harold Hotelling, Edgeworth's Taxation Paradox, S. 611-613.

$$(4.27b) \qquad \frac{\delta p_2}{\delta t} = \frac{1}{2D}\left(\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2}\,\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2} - \frac{\delta^2 G^+}{\delta x_2^2}\,\frac{\delta^2 G^+}{\delta x_1 \delta x_2}\right) = 0.$$

Bei linearen Preis-Absatz-Funktionen und Kostenfunktionen führt eine mengenproportionale Kostenerhöhung zu einer Preissteigerung des betrachteten Gutes. Der Preis des anderen Gutes bleibt unverändert. Dieser Beweis gilt unter der Annahme der Hotelling[1]-Bedingung $\frac{\delta p_i}{\delta x_j} = \frac{\delta p_j}{\delta x_i}$.

Das eingangs zitierte Beispiel[2] scheint also nicht den Fall des Paradoxons zu zeigen, obgleich eine Preissenkung beider Güter möglich ist. Dieses Beispiel verstößt gegen die Hotelling-Bedingung.

Notwendige Bedingung für den Eintritt des Paradoxons ist also im Monopolfall bei Vorliegen der Hotelling-Bedingung, daß entweder die Preis-Absatz-Funktionen oder die Kostenfunktionen nichtlinear sind bzw. alle Funktionen nichtlinear sind.

Im Falle der Konkurrenz ist zusätzlich ein substitutionaler Produktionsverbund erforderlich.[3]

Hebt man indes die strenge Symmetrie[4] der Hotelling-Bedingung auf, d.h. geht man davon aus, daß

1 Vgl. hierzu Harold Hotelling, Edgeworth's Taxation Paradox, S. 594.

2 Vgl. S. 151f.

3 Vgl. William Vickrey, Can Exercises Lower Prices?, in: Essays in Economics and Econometrics, A Volume in Honor of Harold Hotelling; edited by Ralph W. Pfouts, Chapel Hill o.J., S. 165-177 sowie Charles E. Ferguson, Modified Edgeworth Phenomena, S. 182-185.

4 Eine solche strenge Symmetrie tritt nur bei einer Nachfrage der Unternehmungen auf. Sie gilt nicht notwendig für die Nachfrage der Haushalte. Vgl. z.B. Hans Hermann Weber, Grundzüge, S. 65 sowie Paul A. Samuelson, Foundations of Economic Analysis, second printing, Cambridge, Mass. 1948. S. 102.

der Nachfrageverbund des Gutes 1 stärker als der des Gutes 2 ist, liegt also $\frac{\delta x_1}{\delta p_2} > \frac{\delta x_2}{\delta p_1}$ vor, dann ist diese Ungleichung eine notwendige Bedingung für den Eintritt des Paradoxons bei linearem Nachfrageverbund und konstanten Grenzkosten. Dennoch ist das Beispiel ohne Produktionskosten unrealistisch, da sich für das Gut 2 nach der mengenproportionalen Kostenerhöhung negative Absatzmengen ergeben.

Dieses Paradoxon ist ein asymmetrisches Phänomen. Tritt bei einer mengenproportionalen Kostenerhöhung eines Gutes das Paradoxon ein, so müssen bei Gültigkeit der Bedingung $\frac{\delta p_1}{\delta x_1} \frac{\delta p_2}{\delta x_2} - \frac{\delta p_1}{\delta x_2} \frac{\delta p_2}{\delta x_1} > 0$ und einer mengenproportionalen Kostenerhöhung des anderen Gutes notwendig beide Preise steigen.[1]

2 Graphische Darstellung der paradoxen Preiswirkung

Die Ergebnisse dieser Untersuchung zum Edgeworth'schen Paradoxon sollen nun mit Hilfe des Ausgangsbeispiels graphisch verdeutlicht werden. Dabei sei von folgenden Preis-Absatz-Funktionen ausgegangen werden.[2]

(4.28a) $p_1 = 175 - 8x_1 - 6x_2$

(4.28b) $p_2 = 50 - x_1 - 2x_2$.

---

1 Vgl. Martin J. Bailey, Edgeworth's Taxation Paradox, S. 72-74.

2 Dieses Beispiel ist übernommen von Martin J. Bailey, Price and Output Determination, S. 90, Fußnote 15.

Diese Preis-Absatz-Funktionen[1] ergeben sich bei einer möglichen Umkehrung des Nachfragezusammenhanges aus

(4.1a) $x_1 = 5 - \frac{1}{5}p_1 + \frac{3}{5}p_2$ und

(4.1b) $x_2 = \frac{45}{2} - \frac{4}{5}p_2 + \frac{1}{10}p_1$.

Es wird zusätzlich angenommen, daß folgende Produktionskosten anfallen:

(4.29a) $K_1 = c_{o1} + 100x_1$ und

(4.29b) $K_2 = c_{o2} + 16x_2$.

Diese Preis-Absatz-Funktionen und die Grenzkosten-Funktionen lassen sich nun in einem Schaubild darstellen. (Abb. 4.1)

Die Gewinnfunktion für diese beiden Güter lautet nun nach einer mengenproportionalen Kostenerhöhung tx_1:

(4.30) $G = p_1(x_1,x_2)x_1 + p_2(x_1,x_2)x_2 - K_1(x_1) - K_2(x_2) - tx_1$.

Die Schnittpunkte der partiellen Grenzerlöskurven mit der jeweiligen Grenzkostenkurve geben die gewinnmaximalen Absatzmengen des Gutes 1 (2) für alle alternativen Absatzmengen x_2 (x_1) wieder.

Differenziert man die Gewinnfunktion partiell nach den Absatzmengen x_1 und x_2, so erhält man

---

1 Vgl. die Preis-Absatz-Funktionen auf S. 151.

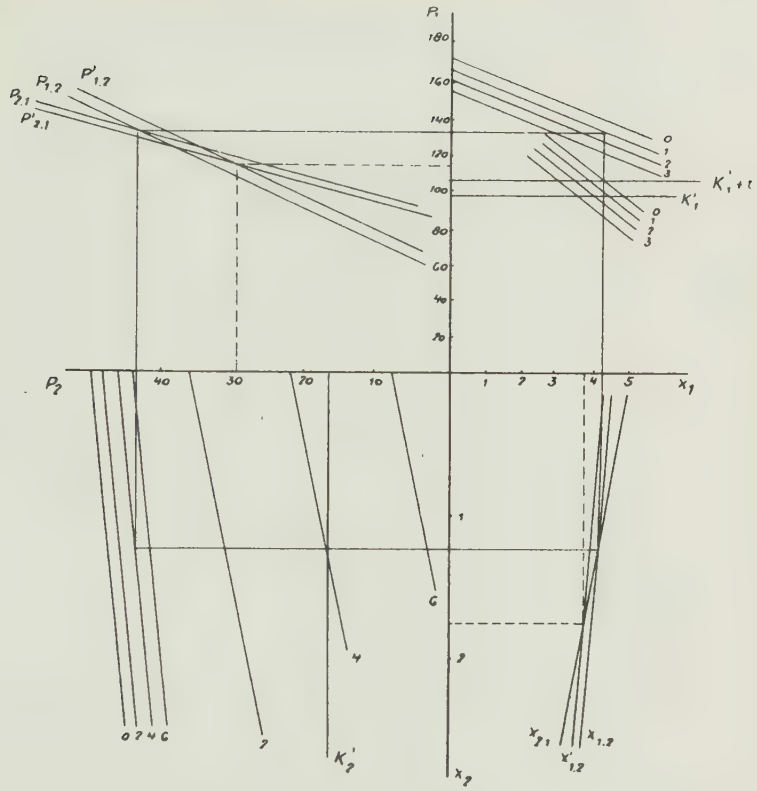


Abb. 4.1

(4.31a) $$\frac{\delta G}{\delta x_1} = 75 - 16x_1 - 7x_2 - t = 0 \quad \text{und}$$

(4.31b) $$\frac{\delta G}{\delta x_2} = 34 - 7x_1 - 4x_2 = 0 \ .$$

Damit ergeben sich unter Beachtung der mengenproportionalen Kostenerhöhung folgende gesamtgewinnmaximalen Absatzmengenlinien:

(4.32a) $x_1 = \frac{75}{16} - \frac{7}{16}x_2 - \frac{t}{16}$ $(X'_{1.2})$

(4.32b) $x_2 = \frac{17}{2} - \frac{7}{4}x_1$. $(X_{2.1})$

Dies bedeutet, daß eine mengenproportionale Kostenerhöhung vom Satze t die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie $X_{1.2}$ des Gutes 1 zum Ursprung hin (Absatzmengenlinie $X'_{1.2}$) verschiebt. Die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie des Gutes 2 bleibt unberührt.

Der Schnittpunkt der Reaktionslinien gibt die gewinnmaximalen Absatzmengen beider Güter an. Es ergibt sich aus (4.32a) und (4.32b):

(4.33a) $x_2^{opt} = \frac{19}{15} + \frac{7}{15}t$ und

(4.33b) $x_1^{opt} = \frac{62}{15} - \frac{4}{15}t$.

Die Verschiebung der gesamtgewinnmaximalen Absatzmengenlinie des Gutes 1 zum Ursprung hin führt zu einer Erhöhung der gewinnmaximalen Absatzmengen des Gutes 2 um $\frac{7}{15}t$ und entsprechend zu einer Reduktion der gewinnmaximalen Absatzmenge des Gutes 1 um $\frac{4}{15}t$.

Diesen Absatzmengenlinien entsprechen im p_1/p_2-Koordinatensystem Absatzpreislinien. Diese erhält man, indem man jeder Mengenkombination der gesamtgewinnmaximalen Absatzmengenlinie $X_{1.2}$ $(X_{2.1})$ über die zugehörigen Preis-Absatz-Funktionen die entsprechende Preiskombination zuordnet. Es lassen sich somit gesamtgewinnmaximale Absatzpreislinien zeichnen.

Diese Absatzpreislinien geben also über diese Transformation die gewinnmaximalen Preise p_1 (p_2) für alternative Preise p_2 (p_1) an.

In unserem Beispiel haben die gesamtgewinnmaximalen Absatzpreislinien folgenden Verlauf: Differenziert man die Gewinnfunktion

(4.34) $G = x_1(p_1,p_2)p_1+x_2(p_1,p_2)p_2-K_1(x_1)-K_2(x_2)-tx_1 \longrightarrow \max$

partiell nach den Preisen p_1 und p_2, so erhält man

(4.35a) $$\frac{\delta G}{\delta p_1} = 25 - \frac{2}{5}p_1 - \frac{8}{5} + \frac{7}{10}p_2 + \frac{1}{5}t = 0$$

(4.35b) $$\frac{\delta G}{\delta p_2} = \frac{45}{2} - \frac{8}{5}p_2 + \frac{7}{10}p_1 - 60 + \frac{64}{5} - \frac{3}{5}t = 0 \ .$$

Es ergeben sich dann folgende Absatzpreislinien:

(4.36a) $$p_1 = \frac{117}{2} + \frac{7}{4}p_2 + \frac{1}{2}t \qquad (P'_{1.2})$$

(4.36b) $$p_2 = -\frac{247}{16} + \frac{7}{16}p_1 - \frac{3}{8}t \ . (P'_{2.1})$$

Die mengenproportionale Kostenerhöhung vom Satze t verschiebt also die $P_{1.2}$-Absatzpreislinie im p_1/p_2-Koordinatensystem nach oben. Gleichzeitig wird die $P_{2.1}$-Absatzpreislinie im p_2/p_1-Koordinatensystem nach unten verschoben. Es ergeben sich die neuen gesamtgewinnmaximalen Absatzpreislinien $P'_{1.2}$ und $P'_{2.1}$.

Der Schnittpunkt dieser Absatzpreislinien kennzeichnet die gewinnmaximalen Absatzpreise beider Güter. Es ergibt sich aus den Gleichungen (4.36a) und (4.36b):

(4.37a) $$p_1^{opt} = \frac{403}{3} - \frac{2}{3}t$$

(4.37b) $$p_2^{opt} = \frac{130}{3} - \frac{2}{3}t \ .$$

Die mengenproportionale Kostenerhöhung des Gutes x_1 führt also in vorliegendem Beispiel für den substitutiven Nachfrageverbund, da der Schnittpunkt der Absatzpreislinien $P'_{1.2}$ und $P'_{2.1}$ unterhalb dem der Absatzpreislinien $P_{1.2}$ und $P_{2.1}$ liegt, zu einer Preissenkung für beide Güter.

Hauptteil II: PREISTHEORIE BEI KOSTENVERBUND

5. Kapitel: Grundlagen und Definitionen

I Definition und Klassifikation der verbundenen Produktion

1 Interdependenzen im Bereich der Leistungserstellung und ihre Bedeutung für die Preistheorie der Mehrproduktunternehmung

Werden in einer Periode mehrere Produktarten neben- und/oder nacheinander gefertigt, so liegt eine Mehrproduktfertigung vor. Für eine Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise in der Mehrproduktunternehmung sind, wenn keine nachfragemäßigen Interdependenzen vorliegen, nur in den Fällen zusätzliche preistheoretische Untersuchungen erforderlich, in denen sich die Mehrproduktunternehmung produktionstheoretisch nicht auf den Fall der Einproduktunternehmung reduzieren läßt.[1] Die folgenden Produktionsformen[2] der Mehrproduktunternehmung, die entsprechend den Interdependenzen im Bereich der Leistungserstellung gegliedert sind, seien auf die Möglichkeit der Reduktion auf die Theorie der Einproduktunternehmung überprüft.

---

1 Dabei sei von kostenmäßigen Interdependenzen dispositiver Art abgesehen.

2 Zur Systematik vgl. Kurt Bohr, Zur Produktionstheorie, S. 6f.; Josef Kloock, Betriebswirtschaftliche Input-Output-Modelle. Ein Beitrag zur Produktionstheorie, Wiesbaden 1969, S. 17; einen Überblick über die vielfachen Termini der Mehrfach-Produktion gibt Paul Riebel, Die Kuppelproduktion - Betriebs- und Marktprobleme, Köln und Opladen 1955, S. 11ff.

Von Parallelproduktion bzw. unverbundener Produktion ist dann zu sprechen, wenn die Produktionsbedingungen des einen Produktes nicht abhängig sind von denen des (der) anderen.[1] Dies bedeutet, daß die Kosten der Herstellung des Gutes i unabhängig sind von den Produktionskosten aller anderen Güter. Dies hat zur Konsequenz, daß jedes Produkt isoliert betrachtet werden kann.

Haben die Produktionsprozesse jedoch mindestens einen Produktionsfaktor gemeinsam, dann liegt gemeinsame Produktion vor. Grundsätzlich sind die Produktionsverfahren für die verschiedenen Güter auch hier produktionstheoretisch unabhängig. Für einige Arbeitsgänge jedoch werden die gleichen Produktionsfaktoren benutzt. Solange die Kapazität dieser gemeinsam zu nutzenden Faktoren nicht voll ausgelastet ist, ist die Produktion wie bei der Parallelproduktion voneinander unabhängig, die Kosten für das Gut i sind unabhängig von den Mengen aller anderen Produkte.[2]

Tritt Knappheit der Faktoren auf, so ist die Steigerung der Ausbringungsmenge eines Gutes nur durch die Abnahme der Ausbringungsmenge eines anderen Gutes zu erreichen.[3] Es liegt

---

1 Vgl. Herbert Jacob, Preispolitik, S. 53; Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 9; Wilhelm Krelle, Produktionstheorie, Teil I der Preistheorie, 2. Aufl., Tübingen 1969, S. 4f.

2 Vgl. Wilhelm Krelle, Produktionstheorie, S. 4; Herbert Jacob, Preispolitik, S. 54.

3 Vgl. Wolfgang Lücke, Produktions- und Kostentheorie, Würzburg-Wien 1969, S. 146ff.; Herbert Jacob, Preispolitik, S. 115.

Alternativproduktion vor, bei der das Mengenverhältnis der Güterkombinationen beliebig variiert werden kann.[1]

Diese gleichzeitige Produktion mehrerer Produktarten beruht hierbei nicht auf einer technologischen Zwangsläufigkeit. Es sind vielmehr wirtschaftliche Überlegungen bei der Ausnutzung z.B. von Großanlagen hierfür entscheidend. Die produktionsmäßigen Interdependenzen sind dispositiver Art. Dieser ökonomisch bedingte Verbund will die Produktionsmöglichkeiten gewinnmaximal ausschöpfen.[2]

Als Sonderform der gemeinsamen Produktion gilt die Verbundproduktion ohne Kopplung.[3] Die Kosten einer Produktartenmenge sind abhängig von den Erzeugnismengen der anderen Produkte. Diese gegenseitige Beeinflussung der Kosten ist bedingt durch die zeitliche Abfolge der Produktion mehrerer Produkte auf einem Aggregat und/oder durch quantitative und intensitätsmäßige Anpassung.

Eine Mehrproduktproduktion, bei der mehrere Produkte zwangsläufig und gleichzeitig anfallen, wird als Kuppelproduktion oder primäre Verbund-

---

1 Vgl. Heinrich von Stackelberg, Grundlagen einer reinen Kostentheorie, Wien 1932, S. 10; Heinz Haller, Indifferenzlinien, Komplementarität und Substituierbarkeit, in: ZfdgSt, Bd. 109, 1953, S. 115-139, hier S. 121ff.; Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 6.

2 Vgl. z.B. Kurt Albrecht, Verbundene Kosten, Diss. Berlin 1934, S. 17ff.; B. Hartmann, Verbundene Produktion, in: HdB, Bd. IV, 3. Aufl., Stuttgart 1962, Spalte 5635ff.; Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 6.

3 Ein Beispiel bringt Herbert Jacob, Preispolitik, S. 54f.

produktion bezeichnet.[1] Sind bei diesem naturbedingten fertigungstechnischen Phänomen die Mengenrelationen unbeeinflußbar, so spricht man von einer starren Kopplung. Ist jedoch das Mengenverhältnis in gewissen Grenzen variabel, so ist dies als elastische Kopplung zu bezeichnen.[2]

Bei der starren Kuppelproduktion ist jede Ausbringungsmenge x_i eindeutig durch die Menge x_j bestimmt und vice versa. Es kann für jedes Produktionsniveau die Beziehung $x_j = \alpha\, x_i$ angenommen werden. Darüber hinaus ist es auch möglich, daß zwar die Mengenrelation x_i zu x_j eindeutig bestimmbar ist, aber für jedes Produktionsniveau ein anderes Ausbringungsmengenverhältnis existiert.[3] Es ergibt sich dann eine funktionale Verknüpfung der Form $x_j = x_j(x_i)$.

Bei elastischer Kopplung ist die Variation der Mengenverhältnisse einmal möglich ohne Veränderung der Produktionskoeffizienten. Vielfach jedoch führt eine Änderung der Mengenrelation zu einer Veränderung der Produktionskoeffizienten und der Grenzkosten.[4]

---

1 Ähnlich wird die Kuppelproduktion auch definiert von Paul Riebel, Die Kuppelproduktion, S. 11ff.; Karl Heinz Tillmann, Die Bewertung von marktpreislosen Kuppelprodukten in der Kostenrechnung der chemischen Industrie, in: ZfhF, NF, 6. Jg., 1954, S. 167ff.; Bernhard Weblus, Produktionseigenarten der chemischen Industrie, Ihr Einfluß auf Kalkulation und Programmgestaltung, Zugleich eine Studie für Vielprodukt-Betriebe, Berlin 1958, S. 21; Wilhelm Krelle, Produktionstheorie, S. 5; Erich Gutenberg, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 1. Bd., Die Produktion, 8./9. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1963, S. 97f.

2 Vgl. z.B. Herbert Jacob, Preispolitik, S. 55; Kurt Bohr, Zur Produktionstheorie, S. 6; Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 8; Wilhelm Krelle, Produktionstheorie, S. 5.

3 und 4 siehe folgende Seite.

Bei Parallelproduktion bestehen keine produktionstheoretischen und dispositiven Verflechtungen. Bei der gemeinsamen Produktion und bei der Alternativproduktion sind die Interdependenzen im Bereich der Leistungserstellung dispositiver Art. Bei der Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise lassen sich, wenn keine Nachfrageinterdependenzen vorliegen, die Fälle auf die Probleme der Einproduktunternehmung reduzieren.

Kostenmäßige Verflechtungen liegen lediglich bei der Verbundproduktion ohne Kopplung und bei den Formen der Kuppelproduktion vor. Im Falle der Verbundproduktion ohne Kopplung sind die Kosteninterdependenzen dispositiv bedingt. Diese kostenmäßige Verflechtung entsteht dadurch, daß die Produkte in zeitlicher Reihenfolge hintereinander oder gleichzeitig auf verschiedenen Aggregaten erzeugt werden. Produktionstheoretisch läßt sich auch die Verbundproduktion ohne Kopplung auf den Fall der Einproduktunternehmung zurückführen.[1]

---

3 Vgl. z.B. die Darstellung bei Edmund Sundhoff, Preis- und Mengenpolitik bei verbundener Produktion, in: Distributionswirtschaft, Beiträge aus den Gebieten der Absatz-, Handels- und Beschaffungswirtschaft, Gemeinschaftliche Gabe von Mitarbeitern Kölner Institutionen für Professor Dr. Dr. h.c. Rudolf Seyffert zu seinem 75. Geburtstag, hrsg. von Edmund Sundhoff, Köln und Opladen 1968, S. 301-358, hier S. 306.

4 Vgl. Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogramms, dargestellt am Beispiel der Kalkindustrie, Köln-Berlin-Bonn-München 1969, S. 26; Dieter B. Pressmar, Kosten- und Leistungsanalyse im Industriebetrieb, Wiesbaden 1971, S. 39f.

1 Vgl. Dieter B. Pressmar, Kosten- und Leistungsanalyse, S. 38.

Es seien deshalb nur diejenigen Absatzpreise der Produkte der Mehrproduktunternehmung bestimmt, bei denen eine Elementareinheit (z.B. ein Aggregat) gleichzeitig und technisch zwangsläufig verschiedene Produkte erzeugt, also eine Verbundproduktion mit Kopplung vorliegt.

2 Die Definition des Kostenverbundes

Bei Kuppelproduktion mit elastischer Kopplung können sich die Produkte innerhalb des Variationsbereiches gegenseitig fördern oder behindern. Fördert sich die Fertigung durch technische Vorteile gegenseitig, so liegt komplementärer Kostenverbund vor. Entsprechend spricht man von konkurrierendem Kostenverbund, wenn sich die Produkte gegenseitig behindern, die Kostensituation sich also verschlechtert.

Als Einteilungskriterium für den konkurrierenden oder komplementären Kostenverbund läßt sich der Verlauf der Grenzkosten für die einzelnen Produkte heranziehen. Für die Ermittlung der Grenzkosten sei von einer gegebenen Gesamtkostenfunktion ausgegangen.

Ist bei Verbundproduktion das Produktionsmengenverhältnis der Güter zueinander in gewissen Grenzen frei variierbar, "dann kann man auch immer feststellen, welcher Teil von den Gesamtkosten des Produktionsprozesses erspart würde, wenn man

das Verhältnis so vorsichtig änderte, daß das Quantum des einen der anderen verbundenen Produkte vermindert wird, ohne daß die Quanten der anderen davon berührt werden. Jener Teil der Kosten bildet die Produktionskosten des Grundelements."[1] Bei der hier angenommenen Kenntnis der Gesamtkostenfunktion bedeutet dieses, daß sich partielle Grenzkosten für jedes Gut ermitteln lassen.

Man charakterisiert also Beziehungen zwischen den produktionsmäßig verbundenen Produkten durch das Verhalten der partiellen Grenzproduktionskoeffizienten bzw. der partiellen Grenzkosten eines Produktes bei Variation der Ausbringungsmenge des anderen.[2/3] Konkurrierende Produktion (competing, rival products) liegt somit vor, wenn die Grenzkosten bzw. die Faktorverzehrmengen des einen Gutes mit zunehmender Produktionsmenge des anderen Gutes steigen.

---

1 Alfred Marshall, Handbuch der Volkswirtschaftslehre, Stuttgart, Berlin 1905, übersetzt von H. Ephraim und A. Salz, S. 388f.; vgl. auch Hans Karl Schneider, Die Preisbildung für Ferngas, Diss. Köln 1948, S. 133. Tillmann will diese sog. Grenzwertmethode zur Kostenzurechnung der Kuppelprodukte heranziehen (vgl. Karl-Heinz Tillmann, Die Bewertung von marktpreislosen Kuppelprodukten, S. 167ff.). Eine solche Zurechnung mit Hilfe von Grenzkosten ist indes unzulässig, denn die partiellen Grenzkosten sind abhängig von der jeweiligen Ausbringungsmenge des anderen Produktes.

2 Vgl. Sune Carlson, A Study on the Pure Theory of Production, London 1939, reprinted New York 1969, S. 78f.

3 Eine andere Form der Erfassung des konkurrierenden oder komplementären Kostenverbundes ist durch Kreuzkostenelastizitäten möglich (vgl. Heribert Meffert, Betriebswirtschaftliche Kosteninformationen, Wiesbaden 1968, S. 201).

Komplementäre Produktion (technically complementary products) ist gegeben, wenn die partiellen Grenzkosten bzw. die Faktorverbräuche des einen Gutes mit zunehmender Produktionsmenge des anderen Gutes sinken. Wenn die partiellen Grenzkosten bei zunehmender Produktionsmenge des anderen Gutes unverändert bleiben, so liegt unabhängig verbundene Produktion (technically independent products) vor.

Mit Hilfe der partiellen Ableitung zweiter Ordnung läßt sich der Sachverhalt wie folgt klassifizieren.[1,2]

$$\frac{\delta^2 K}{\delta x_1 \delta x_2} > 0 \text{ konkurrierende Produktion}$$

$$\frac{\delta^2 K}{\delta x_1 \delta x_2} < 0 \text{ komplementäre Produktion}$$

$$\frac{\delta^2 K}{\delta x_1 \delta x_2} = 0 \text{ unabhängig verbundene Produktion.}$$

Sind partielle Grenzkosten nicht bestimmbar, so ist eine Kostenerhöhung notwendig mit Erhöhung der Ausbringungsmengen aller Produktarten verbunden. Diese Situation kennzeichnet die Kuppelproduktion mit starrer Kopplung.[3]

---

1 Vgl. Sune Carlson, A Study on the Pure Theory of Production, S. 82f.

2 Diese Einteilung entspricht der klassischen Definition der Nachfrageverwandtschaft von Edgeworth, vgl. F.Y. Edgeworth, The Pure Theory, S. 116f.

3 Vgl. Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 33.

II Produktionstheoretische Erfassung der Formen der verbundenen Produktion mit Kopplung

1 Die Darstellung komplementärer und konkurrierender Produktion bei begrenzt variierbarem Mengenverhältnis mit Hilfe von Transformationskurven

Die Einteilung der komplementären und konkurrierenden Produktion wird in der Produktionstheorie durch Transformationskurven $F(x_1,x_2)=0$ verdeutlicht, die maximale alternative Produktionsmöglichkeiten bei vorgegebenem Einsatz an Faktoreinsatzmengen aufzeigen.[1]

Die Transformationskurve der komplementären Produktion bei elastischer Kopplung ist durch einen konkaven Verlauf innerhalb des Variationsspielraums gekennzeichnet. Innerhalb dieses Bereiches gilt das Gesetz der abnehmenden Grenzrate der Substitution, d.h. wenn die Produktion von x_1 wächst, nimmt die Produktion mit zunehmender Rate ab und umgekehrt, denn bei komplementärer Produktion und einer sukzessiven Erhöhung der Ausbringungsmenge des Gutes 1 um jeweils eine Einheit ist der Faktorverbrauch des Gutes 2 kleiner als vor der Erhöhung. Entsprechend ist bei einer Reduktion der Ausbringungsmenge des Gutes 1 um eine Einheit der Faktorverbrauch des Gutes 2 größer als in der Ausgangssituation. Bei gleichbleibendem gesamten Faktorverbrauch führt somit bei komple-

---

1 Vgl. Heinrich von Stackelberg, Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre, 2., photomechanisch gedruckte Aufl., Tübingen-Zürich 1951, S. 31f.; Heinz Haller, Indifferenzlinien, S. 130; R.G.D. Allen, Mathematik, S. 129; Rudolf Richter, Preistheorie, S. 93f.

mentärer Produktion eine sukzessive Reduktion der Ausbringungsmenge des Gutes 1 zu einer durch abnehmende Zuwächse gekennzeichneten Ausbringungsmengensteigerung des Gutes 2.

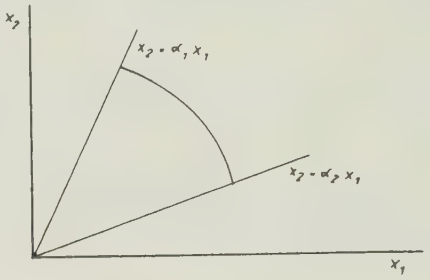


Abb. 5.1

Bei konkurrierender Verbundproduktion ist die Transformationskurve im Variationsbereich konvex. Es nimmt der Faktorverbrauch pro Einheit des Gutes 2 bei zunehmender (abnehmender) Ausbringungsmengenänderung des Gutes 1 zu (ab). Bei gleichbleibendem gesamten Faktorverbrauch für beide Güter führt eine sukzessive Reduktion der Ausbringungsmenge x_1 um jeweils eine Einheit zu einer zunehmenden Erhöhung der Ausbringungsmenge x_2.[1] Die Grenzrate der Substitution nimmt zu.

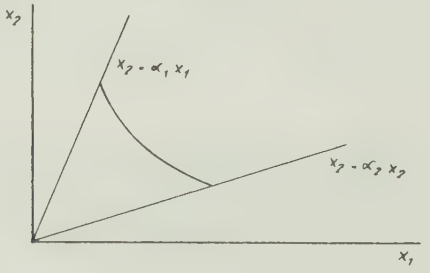


Abb. 5.2

1 Vgl. Kurt Bohr, Zur Produktionstheorie, S. 24.

Im Falle der unabhängig verbundenen Produktion ist die Grenzrate der Substitution der Transformationskurve bei allen Produktmengenkombinationen Null. Eine Einschränkung der Produktion von x_1 um eine Einheit führt bei jedem Ausbringungsniveau dieses Gutes zu einer stets gleichen Erhöhung der Produktion des Gutes 2. Dabei stellt die unabhängig verbundene Produktion den Grenzfall, d.h. den Übergang von der konkurrierenden zur komplementären Produktion dar.[1]

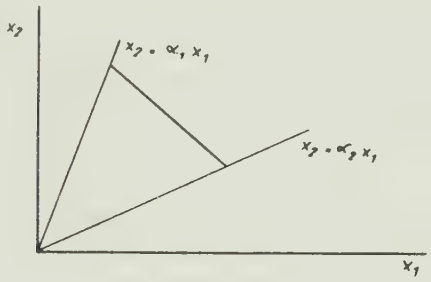


Abb. 5.3

2 Verbrauchsfunktionen und Produktionsfunktionen bei Verbundproduktion mit Kopplung

Für die Definition des konkurrierenden und komplementären Kostenverbundes ist der Verlauf der Grenzkostenkurve herangezogen worden. Zur Ableitung dieser Grenzkostenkurve ist die Bestimmung der Gesamtkostenkurve erforderlich. Dies setzt die Kenntnis der erforderlichen Faktormengen für die gemeinsam zu erzeugenden Produktionsmengen voraus. Die Produktions- und Verbrauchsfunktionen für die unterschiedlichen Fälle der verbundenen Produktion mit Kopplung seien deshalb näher untersucht.

1 Vgl. Kurt Bohr, Zur Produktionstheorie, S. 22.

Die Betrachtung der Produktionsfunktion erfolgt meist ausschließlich im Hinblick auf die Bedingungen der Faktoreinsatzseite. Für die Ausbringungsseite wird dabei nur eine Produktart unterstellt. Verschiedene Produkte werden nur in getrennten Produktionsfunktionen dargestellt.

Werden indes mit einem Produktionsfaktor mehrere Produkte erstellt, so hat die Produktionsfunktion auch die Gesetzmäßigkeiten der Ausbringung zu enthalten.[1]

Die Merkmale der Kuppelproduktion, d.h. die starre und die elastische Kopplung, lassen sich wie die strukturellen Eigenschaften auf der Faktoreinsatzseite, d.h. die limitationale oder die substitutionale Faktorkombination,[2] durch eine Produktionsfunktion wiedergeben.[3]

Es lassen sich also Produktionsfunktionen bestimmen, die auf der Einsatzseite substitutionale oder limitationale Faktorkombinationen und auf der Ertragsseite eine starre oder eine elastische Kopplung aufweisen.

Besteht eine limitationale Faktorkombination und liegen starr gekoppelte Produkte vor, dann sind sowohl die Ertragsmengen als auch die Faktoreinsatzmengen autonom verknüpft. Es ist dann

---

1 Vgl. Ralph W. Pfouts, The Theory of Cost and Production in the Multi-Product Firm, in: Econometrica, Vol. XXIX (1961), S. 650-658, hier S. 651.

2 Zum Begriff limitationale bzw. substitutionale Faktorkombination vgl. z.B. Ragnar Frisch, Einige Punkte einer Preistheorie mit Boden und Arbeit als Produktionsfaktoren, in: ZfN, Bd. 3, 1932, S. 62-104, hier S. 64ff.; Dieter Schneider, Produktionstheorie als Theorie der Produktionsplanung, in: Liiketaloudellinen Aikakauskirja (The Journal of Business Economics), 13. Jg. (1964), S. 199-229, hier S. 213-216.

3 Vgl. Dieter B. Pressmar, Kosten- und Leistungsanalyse im Industriebetrieb, S. 91.

$$
\begin{aligned}
x_1 &= f_{11}(r_1) \\
x_1 &= f_{12}(r_2) \qquad (5.1) \\
&\vdots \\
x_1 &= f_{1n}(r_n) \ .
\end{aligned}
$$

Dieses Gleichungssystem ist nur für den Faktoreinsatz eines der Produkte anzugeben, alle anderen Produkte entstehen in ein und demselben Produktionsprozeß. Die anderen Ausbringungsmengen lassen sich durch das streng proportionale Kopplungsverhältnis $x_i = \alpha_i x_1$ angeben.[1]

Liegt eine substitutionale Faktorkombination und eine starre Kopplung vor, so hat das Gleichungssystem der Produktionsfunktionen die Form:[2]

$$
\begin{aligned}
x_1 &= f_1(r_1, r_2, \ldots, r_n) \\
&\vdots \\
x_i &= f_i(r_1, r_2, \ldots, r_n) \qquad (5.2) \\
&\vdots \\
x_m &= f_m(r_1, r_2, \ldots, r_n) \ .
\end{aligned}
$$

Bei Kuppelproduktion mit loser Kopplung, aber limitationalem Faktoreinsatz ist der Produktionsertrag z.B. des Produktes 1:

---

1 Vgl. z.B. Claus Becker, Optimale Betriebsgrößen, Köln und Opladen 1969, S. 52f.; Sven Danø, Industrial Production Models, Wien-New York 1966, S. 181f.; Ragnar Frisch, Theory of Production, Dordrecht, Holland, 1965, S. 270.

2 Vgl. Dieter B. Pressmar, Kosten- und Leistungsanalyse, S. 92.

$$
\begin{aligned}
x_1 &= f_1(x_1,x_2,\ldots,x_m,r_1)\\
&\vdots\\
x_1 &= f_i(x_1,x_2,\ldots,x_m,r_i)\\
&\vdots\\
x_1 &= f_n(x_1,x_2,\ldots,x_m,r_n)
\end{aligned}
\tag{5.3}
$$

Das klassische Produktionsmodell der verbundenen Produktion, bei dem auf der Faktorseite ein substitutionaler Einsatz und auf der Ertragsseite eine lose Kopplung vorliegt, wird durch die Produktionsfunktion

$$F(x_1,x_2,\ldots,x_m;r_1,r_2,\ldots,r_n) = 0 \tag{5.4}$$

dargestellt.[1]

Eine Auflösung nach den einzelnen Produktmengen ergibt:[2]

$$
\begin{aligned}
x_1 &= f_1(x_2,x_3,\ldots,x_m,r_1,r_2,\ldots,r_n)\\
&\vdots\\
x_i &= f_i(x_1,\ldots,x_{i-1},x_{i+1},\ldots,x_m,r_1,r_2,\ldots,r_n)\\
&\vdots\\
x_m &= f_m(x_1,x_2,\ldots,x_{m-1},r_1,r_2,\ldots,r_n)\ .
\end{aligned}
\tag{5.5}
$$

Bei vorgegebenen Produktionsmengen der anderen Güter und vorgegebenen Faktoreinsatzmengen läßt sich die Produktionsmenge des Gutes i eindeutig bestimmen. Das Kopplungsverhältnis $x_i = \alpha_i x_1$ ist jedoch abhängig von den jeweiligen Produktionsmengen der anderen Güter. Es

---

1 Vgl. z.B. Sven Danø, Industrial Production, S. 183; Gert Laßmann, Die Produktionsfunktion und ihre Bedeutung für die betriebswirtschaftliche Kostentheorie, Köln und Opladen 1958, S. 18.

2 Vgl. Josef Kloock, Betriebswirtschaftliche Input-Output-Modelle, S. 16.

variiert α_i für unterschiedliche Ausbringungsmengen von x_1. Die Kopplungsbeziehung ist somit variabel, und zwar im Bereich

(5.6) $$\alpha_{i\,min} \leq \alpha_i \leq \alpha_{i\,max} .$$

Mit Hilfe der obigen Funktionen lassen sich ebenfalls die Verbrauchsmengen der Einsatzfaktoren bestimmen. Man erhält dann folgendes Gleichungssystem:

(5.7)
$$\begin{aligned} r_1 &= r_1(r_2,\ldots,r_n,x_1,\ldots,x_m) \\ &\vdots \\ r_i &= r_i(r_1,\ldots,r_{i-1},r_{i+1},\ldots,r_n,x_1,\ldots,x_m) \\ &\vdots \\ r_n &= r_n(r_1,\ldots,r_{n-1},x_1,\ldots,x_m) . \end{aligned}$$

Gutenberg nennt diese Funktionen, die den Verbrauch eines Faktors von dem Einsatz der anderen Faktoren und der Leistung der Betriebsmittel abhängig machen, Verbrauchsfunktionen.[1] "Allgemein betrachtet ist die Verbrauchsfunktion implizite in der üblichen Produktionsfunktion enthalten; diese ... registriert gleichsam nur .. /die/ Auswirkungen /der inneren technischen Zusammenhänge/ auf Faktoreinsatzmengen und Produktmengen".[2] Die allgemeine Form der Verbrauchsfunktionen

---

1 Vgl. Erich Gutenberg, Produktion, S. 219ff. Das System der Verbrauchsfunktionen läßt sich anstelle mengenspezifischer Faktorverbräche auch durch zeitspezifische Mengengrößen (Faktoreinsatzfunktionen) entwickeln. Vgl. Wolfgang Kilger, Produktions- und Kostentheorie, Wiesbaden 1958, S. 56ff.; Horst Albach, Zur Verbindung von Produktionstheorie und Investitionstheorie, in: Zur Theorie der Unternehmung, Festschrift zum 65. Geburtstag von Erich Gutenberg, hrsg. von Helmut Koch, Wiesbaden 1962, S. 137-203, hier S. 145.

2 Gert Laßmann, Produktionsfunktion, S. 27, Fußnote 50.

ist [1]

(5.8) $$r_i = f_i(\varphi(x)) \ .$$

Der inverse Ausdruck der Gesamtheit der Verbrauchsfunktionen ergibt die Produktionsfunktion

(5.9) $$x = f(r_i) \quad \text{für} \quad i=1,\ldots,n \ .$$

Um die Produktionsfunktion zu ermitteln, sind zunächst die Verbrauchsfunktionen aufzustellen. Aus diesen Verbrauchsfunktionen läßt sich dann auf die Produktionsfunktion schließen.

Aus diesen Verbrauchsfunktionen läßt sich nun die Kostenfunktion ermitteln, indem man die Verbrauchsmengen r_i mit den Faktorpreisen q_i multipliziert und die Kostenarten addiert. Es ergibt sich dann:

(5.10) $$K = \sum_{i=1}^{n} r_i \, q_i \ .$$

Die Gesamtkosten für die Produktionsmengen $x_1,\ldots,x_m$ lassen sich somit bestimmen. Doch fallen diese Produkte bei Kuppelproduktion gemeinsam an. Bei der Kombination der Produktionsfaktoren $r_1,\ldots,r_n$ werden zwangsläufig die Produktionsmengen $x_1,\ldots,x_m$ erstellt. Die

---

1 Da der Verbrauch eines Faktors über die Produktionsleistung d_j eines Aggregates i eine Abhängigkeit aufweist, lautet somit die Verbrauchsfunktion des Faktors r_i

$$r_i = f_i(d_j) \ .$$

Besteht zusätzlich ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Produktionsleistung des Aggregates und der Ausbringungsmenge x, gilt also

$$d_j = \varphi(x) \ ,$$

so lautet die Verbrauchsfunktion

$$r_i = f_i(\varphi(x)) \ .$$

Ausbringungsmenge des Gutes i ist abhängig von den Ausbringungsmengen $x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_m$ der anderen Güter. Für vorgegebene Ausbringungsmengen der anderen Güter lassen sich bei loser Kopplung die Gesamtkosten aller Produkte für alternative Ausbringungsmengen des Gutes i über das System der Verbrauchsfunktionen ermitteln. Eine Verbrauchsfunktion für das einzelne Produkt läßt sich jedoch nicht aufstellen. Damit ist eine Zurechnung der Kosten auf die einzelnen Produkte bei Kuppelproduktion nicht möglich.

Das Problem der Ermittlung der Kosten für das einzelne Produkt bei Kuppelproduktion läßt sich auch nicht durch stärker der Realität angepaßte Produktionsfunktionen, wie z.B. die Heinen'sche[1] Produktionsfunktion vom Typ C, lösen, indem man den Gesamtprozeß der betrieblichen Leistungserstellung in Teilkombinationen, sog. Elementarkombinationen, zerlegt. Diese Elementarkombinationen sind so abzugrenzen, daß einerseits "sich die Beziehungen zwischen dem Faktorbrauch und der Leistung in technisch-physikalischem Sinne darstellen lassen" und andererseits "eindeutige Beziehungen zwischen der technisch-physikalischen Leistung (Potentialfaktorleistung) und der ökonomischen Leistung (Kombinationsleistung) bestehen."[2]

Eine solche Aufspaltung des Gesamtprozesses der Faktorkombination in derart kleine Teilelemente, die eine quantitative Beziehung zwischen der Faktorleistung und dem Faktorverzehr angeben können, ist bei der Kuppelproduktion mit elastischer Kopplung mit großen Schwierigkeiten verbunden, da man die Kuppelproduktion als Elementarkombination anzusehen hat.

---

1 Vgl. Edmund Heinen, Betriebswirtschaftliche Kostenlehre, Bd. I, Begriff und Theorie der Kosten, 2. Aufl., Wiesbaden 1965, S. 220ff.

2 Ebenda, S. 221.

III Das Problem der Kostenzurechnung bei Kuppelproduktion

Bei der Alternativproduktion läßt sich eine Aufteilung der Kosten auf die Erzeugniseinheit der einzelnen Produkte eindeutig vornehmen. Diese produktindividuelle Kostenzurechnung der Gesamtkosten oder auch nur der variablen Kosten ist bei Kuppelproduktion nicht mehr durchführbar. Wenn die Güter in konstantem Mengenverhältnis produziert werden, so kostet die Ausbringungsmenge eines Produktes ebensoviel wie die Gesamtproduktion aller Güter bei dieser Ausbringungsmenge.[1]

Bei variablem Ausbringungsmengenverhältnis ist eine "eindeutige Aufteilung der variablen Kosten nur dann möglich .., wenn die variable Kostenfunktion als Summe von zwei Funktionen erscheint, von denen die eine nur von x_1 und die andere nur von x_2 abhängt,"[2] wenn also gilt:

$$K(x_1,x_2) = K(x_1,0) + K(0,x_2) \quad . \tag{5.11}$$

Ein komplementärer oder konkurrierender Kostenverbund schließt eine solche Aufteilung aus.

Da der Kostenaufteilung "im Falle einer Produktkoppelung Grenzen gesetzt"[3] sind, werden Hilfskonstruktionen benutzt, die eine näherungsweise Verteilung der Kosten ermöglichen sollen. Für eine Kostenzurechnung werden in der Praxis vor allem die traditionellen Verfahren - die Restwertrechnung (Subtraktionsmethode) und die Verteilungsrechnung (sog. Äquivalenzziffernrechnung) -

---

1 Vgl. Heinrich von Stackelberg, Grundlagen, S. 57.

2 Ebenda, S. 66.

3 Eugen Schmalenbach, Kostenrechnung und Preispolitik, 7. Aufl., Köln und Opladen 1956, S. 25.

verwendet.[1]

Restwertrechnung und Verteilungsrechnung können bei der Kostenzurechnung auf die Kuppelprodukte nur als Hilfslösungen angesehen werden.

Eine Lösungsmöglichkeit zur Kalkulation von Kuppelprodukten wird jedoch in der Anwendung der linearen Programmierung gesehen, die von Wenke zur Diskussion gestellt wird.[2] Es ist daher zu untersuchen, ob das Problem der Kostenzurechnung bei Anwendung der mathematischen Programmierung lösbar ist.

Auf die zur Kostenverteilung benötigten willkürlichen Annahmen der Restwert- und der Verteilungsrechnung versucht Wenke zu verzichten, indem er mit Hilfe eines linearen Kostenminimierungsmodells, das die wirtschaftliche Gesamtsituation der Unternehmung enthalten soll, die Kosten der einzelnen Kuppelprodukte bestimmt.[3] Dabei läßt sich auch eine Kuppelproduktion mit variablen Mengenverhältnissen als eine Abfolge von Kuppelprozessen mit starrer Kopplung interpretieren.[4] Mit der Bestimmung des optimalen Produktionsprogrammes werden gleichzeitig die Dualvariablen

---

1 Vgl. z.B. Paul Riebel, Die Kuppelproduktion, S. Karl Heinz Tillmann, Die Bewertung von marktpreislosen Kuppelprodukten, S. 156ff.; Bernhard Weblus, Produktionseigenarten der chemischen Industrie, S. 43ff.; Günter Veigel, Kosten der Kuppelprodukte Wärme - Elektrische Energie (Kraft-Wärme-Kupplung), in: ZfB, Jg. 32 (1962), S. 100-105.

2 Vgl. Klaus Wenke, Zur Kalkulation von Kuppelprodukten, in: ZfB, 31. Jg. (1961), S. 12-29, hier S. 13-20.

3 Vgl. Klaus Wenke, Zur Kalkulation, S. 12f.

4 Vgl. Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogrammes, S. 64.

bestimmt.[1] Diese Dualvariablen sollen zur Bewertung der Kosten der Kuppelprodukte angesetzt werden.[2]

Diese Dualvariablen lassen sich einmal als Verrechnungspreise für Kuppelprodukte ansehen,[3] darüberhinaus wird unterstellt, daß das "Zurechnungsprinzip des Linear Programming ... über die Dualvariablen als Entscheidungskriterien die Gesamtkosten ... in der Form der Grenzkosten auf die Produkte"[4] verteilt.

Um beurteilen zu können, ob diese Orientierung an den Dualwerten eine zweckentsprechende Kalkulation der Kuppelprodukte darstellt, ist näher auf die Interpretation der Dualvariablen einzugehen. Wenke identifiziert die Dualvariablen mit den Marktpreisen der Kuppelprodukte.[5] Diese Interpretation gilt indes nur dann, wenn die Dualvariablen als Preisuntergrenze begriffen werden. Wird jedoch von einem Gut mehr produziert als nachgefragt, dann hat die Dualvariable den Wert Null.

---

1 Zum Dualitätsprinzip der Linearen Programmierung vgl. z.B. H. Winkel, Das Dualproblem in der linearen Planungsrechnung, in: Ufo, Bd. 3 (1959), S. 118ff.; Walter Buhr, Dualvariable als Kriterien unternehmerischer Planung, Die Bedeutung der Dualitätsbeziehungen des mathematischen Programmierens für die entscheidungsbezogene Theorie der Unternehmung, Meisenheim am Glan 1967; Robert Dorfman, Paul A. Samuelson, Robert M. Solow, Linear Programming and Economic Analysis, New York-Toronto-London 1958, S. 40ff.

2 Vgl. Klaus Wenke, Zur Kalkulation, S. 20; vgl. auch S.C. Littlechild, Marginal-Cost Pricing with Joint Costs, in: E.J., No. 318, Vol. LXXX (1970), S. 321-335, hier S. 324-328, der diesen Ansatz für das "Peak Load Pricing Problem" verwendet.

3 Vgl. Herbert Hax, Die Koordination von Entscheidungen, Köln-Berlin-Bonn-München 1965, S. 148ff.

4 Walter Buhr, Dualvariable, S. 102.

5 Vgl. Klaus Wenke, Zur Kalkulation, S. 17.

Der Ansatz von Dualvariablen gestattet also eine Ermittlung des Betriebswertes im Sinne Schmalenbachs. Für die Kostenzurechnung ist auch ein solcher Ansatz nicht geeignet.

Sämtliche Verfahren der Kalkulation bei Kuppelprodukten gestatten keine exakte Zurechnung der gemeinsam anfallenden Kosten des Kuppelprozesses. Die individuelle Zurechnung bleibt stets willkürlich.[1] Es besteht somit eine Analogie zur Verteilung der Gemeinkosten auf die einzelnen Kostenträger.[2] Die Kosten und Erlöse der Kuppelproduktion sind für preispolitische Entscheidungen als Ganzes zu betrachten.

---

1 Vgl. Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogrammes, S. 32.

2 Zum Problem des Gemeinkostenverteilungsschlüssels, vgl. Helmut Koch, Grundprobleme der Kostenrechnung, Köln und Opladen 1966, S. 63ff.

6. Kapitel: Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise bei Kostenverbund

I Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei starrer Produktionskopplung

1 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise für ein Produktpäckchen unter der Annahme des Absatzzwanges

Besteht zwischen den Ausbringungsmengen zweier produktionsmäßig verbundener Produkte eine starre Kopplung, so läßt sich die Ausbringungsmenge des Gutes 2 stets durch die des Gutes 1 ausdrücken. Fallen die Kuppelprodukte in der starren Mengenrelation α:1 an, so ist $x_2 = \alpha x_1$. Die gemeinsame Ausbringungsmenge der Produkte 1 und 2 wird als Produktpäckchen bezeichnet.[1] Für die einzelnen Produkte dieses Produktpäckchens seien im folgenden die gewinnmaximalen Absatzpreise bestimmt.

Bei starrer Kuppelproduktion ist eine Kostenzurechnung nur zu den Produktionsmengen des Produktpäckchens möglich.[2] Unter der Annahme,daß die Ausbringungsmengen bei starrer Kuppelproduktion in Einheiten des - willkürlich gewählten - Leitproduktes 1 dargestellt werden,

---

1 Zum Begriff vgl. Heinrich von Stackelberg, Grundlagen einer reinen Kostentheorie, S. 55; Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 13ff.

2 Vgl. S. 178, vgl. ferner Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten optimaler Produktionsprogramme bei primärer Verbundproduktion, Diss. Hamburg 1966, S. 18; Erich Schneider, Bemerkungen zum Kalkulationsproblem bei verbundener Produktion, in: Nordisk Tidskrift for Teknisk Økonomi, 4. Jg. (1938), S. 21-35; Peter Swoboda, Verbundene Leistungserstellung und -verwertung und betriebliches Rechnungswesen, in: Empirische Betriebswirtschaftslehre, Festschrift zum 60. Geburtstag von Leopold L. Illetschko, Wiesbaden 1963, S. 163-186, hier S. 168ff.

lautet die Kostenfunktion des Produktpäckchens:

$$K = K(x_1, \alpha x_1) = K(x_1) \quad . \tag{6.1}$$

Die Gewinnfunktion bei starrem Kopplungsverhältnis läßt sich nun in Abhängigkeit vom Leitprodukt 1 darstellen.[1] Es ist dann[2]

$$G(x_1) = E_1(x_1) + E_2(x_2(x_1)) - K(x_1) \quad . \tag{6.2}$$

Der Gesamtgewinn bei starrer Kopplung ist dann maximal, wenn

$$\frac{dE_1}{dx_1} + \frac{dE_2}{dx_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{dK}{dx_1} \tag{6.3}$$

gilt, d.h., wenn der Grenzerlös aus dem Absatz der Produkte 1 und 2 gleich ist den gemeinsam anfallenden Grenzkosten für das Produktbündel. Hierbei ist $\frac{dx_2}{dx_1} = \alpha$.

---

1 Die graphische Darstellung der Preis-Absatz-Funktionen der beiden Güter in Abhängigkeit von den Produktionsmengen des Leitproduktes 1 erfordert eine Transformation der Preis-Absatz-Funktion des Gutes 2 in Einheiten des Gutes 1. Die Preis-Absatz-Funktion des Gutes 2 sei $N_2(\alpha x_1)$. Der Erlös des Gutes 2 ist somit $E_2 = x_2 N_2(\alpha x_1) = \alpha x_1 N_2(\alpha x_1)$. Schließt man von dieser Gleichung auf die Preis-Absatz-Funktion in Einheiten des Gutes 1, so gilt $p_2^* = \alpha p_2 = \alpha N_2(\alpha x_1)$. (Vgl. Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 227 sowie Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten, S. 20ff.).

2 Vgl. Ernst Heuß, Allgemeine Marktheorie, S. 206f.; Herbert Jacob, Preispolitik, S. 118f.; Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogramms, S. 36f.; Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 20ff.; Herbert Hax, Koordination von Entscheidungen, S. 148ff.; Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 227.

Die Preis-Absatz-Funktionen für die Güter 1 und 2 lassen sich nach der Transformation in einem gemeinsamen Koordinatensystem darstellen.[1]

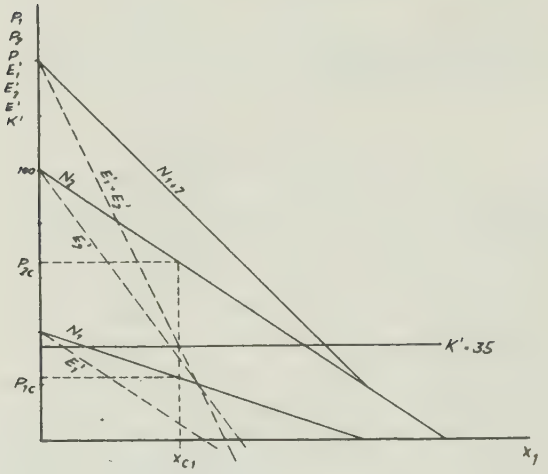


Abb. 6.1

Um eine Preis-Absatz-Funktion für das Produktpäckchen zu erhalten, sind die einzelnen Preis-Absatz-Funktionen vertikal zu addieren,[2] da bei vorgegebener Ausbringungsmenge des Produktpäckchens der gesamte Preis des

---

1 Für die Zeichnung seien folgende Preis-Absatz-Funktionen unterstellt: $p_1 = 40 - \frac{1}{3}x_1$, $p_2 = 100 - \frac{2}{3}x_2$. Die Kostenfunktion möge lauten:

$$K = K(x_1, \alpha x_1) = K(x_1) = 100 + 35x_1 \quad .$$

Aus Vereinfachungsgründen sei unterstellt, daß $\alpha : 1 = 1$ ist. Es ist also $x_1 = x_2$. Es sei ferner unterstellt, daß die Preis-Absatz-Funktionen nur bis zum Bereich der Sättigungsmenge definiert sind. Als gewinnmaximale Absatzmenge ergibt sich: $x_{c1} = x_{c2} = 52{,}5$. Die gewinnmaximalen Absatzpreise sind $p_{1c} = 22{,}5$ und $p_{2c} = 65$.

2 Vgl. auch Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten, S. 19ff.

Produktpäckchens sich aus den beiden Preisen der Kuppelprodukte ergibt. Es ist dann

(6.4) $$N_{1+2}(x_1) = N_1(x_1) + \alpha N_2(\alpha x_1) \ .$$

Die Preis-Absatz-Funktion für das Produktpäckchen geht dabei bei der Sättigungsmenge für das Gut 1 in die Preis-Absatz-Funktion für das Gut 2 über.

Gleichzeitig lassen sich auch die Grenzerlöse durch die Addition der Grenzerlöskurven bestimmen. Die gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise lassen sich nun durch die Gleichheit des Grenzerlöses des Produktpäckchens mit den Grenzkosten ermitteln. Der Schnittpunkt von Grenzerlös- und Grenzkostenkurve gibt die Cournot'sche Absatzmenge x_{c1} an. Für die Cournot'sche Absatzmenge des Produktpäckchens lassen sich nun die zugehörigen Absatzpreise auf den Preis-Absatz-Funktionen $N_1(x_1)$ und $\alpha N_2(\alpha x_1)$ bestimmen.[1]

2 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatz-Preise eines Produktpäckchens unter der Annahme der Vernichtungsmöglichkeit

a Die Möglichkeit der kostenlosen Vernichtung eines Teils der Produktion eines Gutes

Die obige Ableitung erfolgte unter der Annahme, daß alle in starrer Relation produzierten Kuppelprodukte auch abgesetzt werden. Unter dieser Annahme gilt das obige Optimalitätskriterium der Gleichheit von Grenzerlös und Grenzkosten nur dann, wenn zusätzlich die Nebenbedingungen

---

1 Zur graphischen Darstellung vgl. Marshall R. Colberg, Monopoly Prices under Joint Costs Fixed Proportions, in: JPE, Vol. XLIX (1941), S. 103-110, hier S. 105.

(6.5) $$\frac{dE_1}{dx_1} \geq 0 \quad \text{und} \quad \frac{dE_2}{dx_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} \geq 0$$

erfüllt sind.[1]

Nun zwingt indes eine Kuppelproduktion in festen Relationen nicht dazu, daß diese Güter auch in dem gleichen Verhältnis abzusetzen sind. Tritt die Situation ein, daß bei dem Optimalitätskriterium der Gleichheit von Grenzerlös und Grenzkosten eines der Güter des Produktpäckchens einen negativen Grenzerlös aufweist, so läßt sich der Gesamterlös dadurch steigern, daß von dem betreffenden Gut nur die Menge abgesetzt wird, bei der der Grenzerlös dieses Gutes gleich Null ist.[2] Die über diese Absatzmenge zusätzlich anfallende Produktionsmenge wird vernichtet. Dabei sei vorerst davon ausgegangen, daß keine Vernichtungskosten anfallen.

Zusätzlich läßt sich der Gesamtgewinn dadurch steigern, daß die Absatzmenge des anderen Gutes soweit ausgedehnt wird, bis der Grenzerlös dieses Gutes gleich ist den Grenzkosten des gesamten Produktionspäckchens.

Bei Vorliegen einer solchen Situation ist somit die Gewinnmaximierung getrennt durchzuführen.[3] Es sei davon ausgegangen, daß bei Annahme der Bedingung (6.3) der Grenzerlös des Gutes 1 negativ ist. Der Grenzgewinn des Gutes 2 möge jetzt in Einheiten des Leitproduktes untersucht werden.

---

1 Vgl. Ernst Heuß, Allgemeine Markttheorie, S. 206.

2 Diese Möglichkeit wird von Krelle nicht betrachtet. Vgl. Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 226ff.

3 Zur Optimumbestimmung vgl. Ernst Heuß, Allgemeine Markttheorie, S. 206ff.; Herbert Jacob, Preispolitik, S. 119 sowie Marshall R. Colberg, Monopoly Prices under Joint Costs, S. 106.

Für die Gewinnmaximierung des Gutes 2 gilt

$$\frac{dE_2}{dx_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} - \frac{dK}{dx_1} = 0 \; . \tag{6.6}$$

Hiermit ist die Ausbringungsmenge x_2 bestimmt und somit auch die Ausbringungsmenge x_1. Ist jetzt $\frac{dE_1}{dx_1} < 0$, so wird die Absatzmenge x_1 soweit reduziert, bis $\frac{dE_1}{dx_1} = 0$ ist.

Unter diesen Bedingungen ist das Gewinnmaximum für beide Produkte erreicht. Ist hingegen bei dieser Produktionsmenge $\frac{dE_1}{dx_1} > 0$, so ist der Grenzerlös des Gutes 1 mit den Produktionskosten der Kuppelprodukte zu vergleichen. Ist $\frac{dE_1}{dx_1} > \frac{dK}{dx_1}$, so ist die Produktionsmenge soweit auszudehnen, bis $\frac{dE_1}{dx_1} - \frac{dK}{dx_1} = 0$ ist. Ist jetzt der Grenzerlös des Gutes 2, also $\frac{dE_2}{dx_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1}$ kleiner Null, so ist die Absatzmenge des Gutes 2 entsprechend zur obigen Vorgehensweise soweit zu reduzieren, bis $\frac{dE_2}{dx_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} = 0$ ist.

Das Optimalitätskriterium für die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise lautet somit, wenn sich aus (6.3) die Konstellation $\frac{dE_i}{dx_i} < 0$ ergibt, unter der Annahme der kostenlosen Vernichtungsmöglichkeiten:

$$\frac{dE_i}{dx_i} = 0 \qquad \text{und} \tag{6.7a}$$

$$\frac{dE_j}{dx_j} \cdot \frac{dx_j}{dx_i} - \frac{dK}{dx_i} = 0 \; . \tag{6.7b}$$

Mit Hilfe der vorhergehenden Abbildung 6.1 möge dieser Fall verdeutlicht werden.[1]

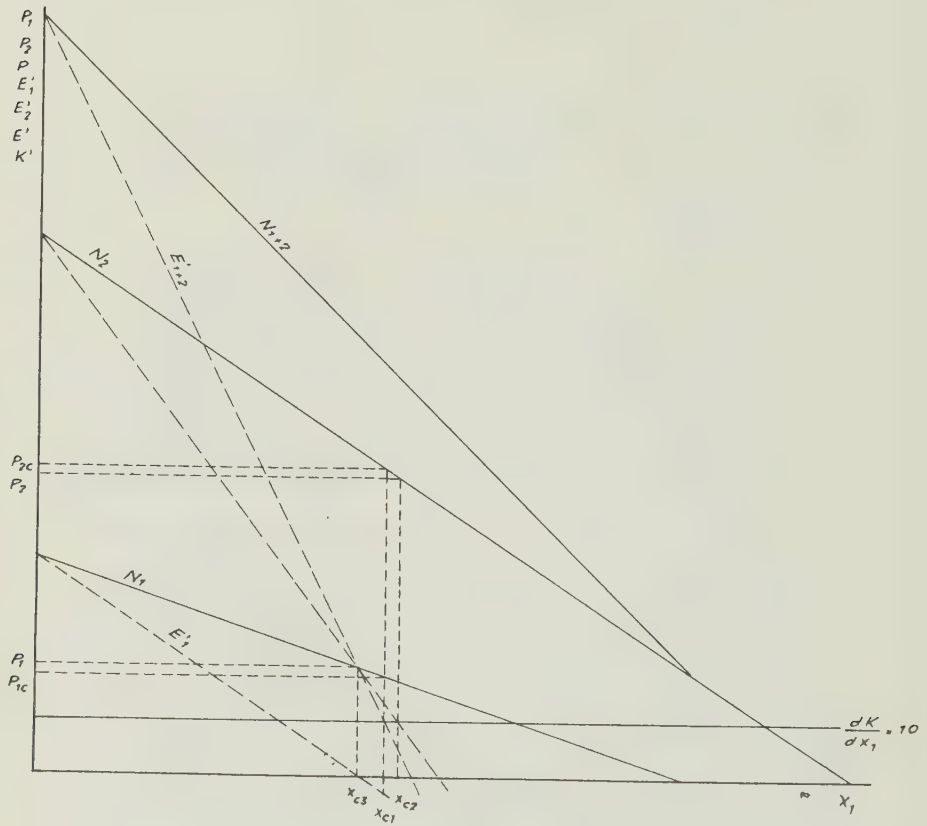


Abb. 6.2

---

1 Dabei sei jetzt folgende Kostenfunktion unterstellt: $K=K(x_1)=100+10x_1$. Unter der Annahme des Absatzzwanges würde sich eine Ausbringungsmenge des Produktpäckchens in Höhe von $x_{c1}=65$ ergeben. Bei dieser Ausbringungsmenge ist $\frac{dE_1}{dx_1} = -\frac{10}{3}$ und $\frac{dE_2}{dx_2}\cdot\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{40}{3}$. Bei Anwendung des Optimalitätskriteriums (6.7a und 6.7b) ist die Produktions- und Absatzmenge $x_{c2}=67,5$ und die Absatzmenge des Gutes 1 ist $x_{c3}=60$. Die gesamtgewinnmaximalen Preise sind dann $p_1^+=25$ und $p_2^+=55,4$.

Bei einer Cournot'schen Absatzmenge x_{c1} würde das Produkt 1 einen negativen Grenzerlös aufweisen. Der Gesamtgewinn läßt sich dadurch steigern, daß für das Produkt 2 die Absatzmenge x_{c2} mit dem Absatzpreis p_2^+ erzielt wird. Vom Produkt 1 würde dann die Menge x_{c3}, bei der der Grenzerlös $\frac{dE_1}{dx_1} = 0$ ist, abgesetzt werden. Die Menge x_{c2} abzüglich x_{c3} wäre zu vernichten.

b Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise eines Produktpäckchens bei Berücksichtigung von variablen Vernichtungskosten

Fallen bei der Vernichtung von Teilmengen eines Kuppelproduktes variable Vernichtungskosten an, so sind alle diejenigen Einheiten der Überschußproduktion zu vernichten, bei denen der Grenzverlust die Grenzvernichtungskosten übersteigt.[1] Die variablen Vernichtungskosten seien v_1 bzw. v_2. Es wird von dem betreffenden Gut, daß bei starrem Ausbringungsmengenverhältnis einen negativen Grenzerlös aufweist, so viel auf dem Markt abgesetzt, daß der Grenzerlös der letzten Einheit gleich den negativen Grenz-Vernichtungskosten ist.

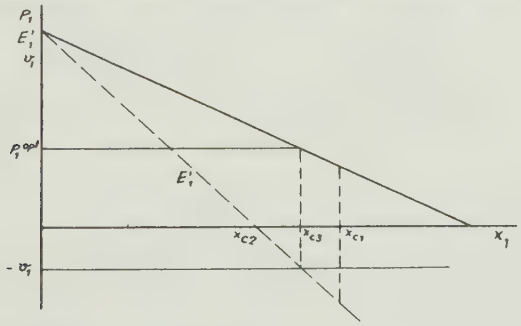


Abb. 6.3

1 Zum Problemkreis der Beseitigung der Überschußproduktion eines Gutes vgl. z.B. Josef Hellauer, Kalkulation in Handel und Industrie, Wien-Berlin 1931,

Bei der Bestimmung der optimalen Absatzmengen und der Annahme, daß keines der Produkte vernichtet werden kann, sie also entsprechend dem Produktionsanfall abgesetzt werden müssen, liegt die optimale Ausbringungs- und Absatzmenge bei x_{c1}. Hierbei wird für dieses Gut ein negativer Grenzerlös erzielt. Ist hingegen eine kostenlose Vernichtung möglich, so wird nur diejenige Produktionsmenge abgesetzt, bei der $\frac{dE_1}{dx_1} = 0$ ist, d.h. die Menge x_{c2}. Fallen indes konstante Grenzvernichtungskosten in Höhe von $-v_1$ an, so ist eine Vernichtung erst für die x_{c3} übersteigende Produktionsmenge erforderlich.[1] Es ist dann $\frac{dE_1}{dx_1} < -v_1$. Im Bereich von $x_{c2} < x_{c3}$ sind die Beseitigungskosten größer als die Grenzverluste. Eine Vernichtung der x_{c3} übersteigenden Produktionsmenge steigert den Gesamtgewinn.[2]

Zusätzlich ist die zu produzierende Menge des Produktpäckchens im Fall der Vernichtung einer Teilmenge einer Produktart neu zu bestimmen. Die optimale Produktionsmenge des anderen Produktes liegt dort, wo der

---

S. 143ff.; Hans-Rudolf Merian, Die volkswirtschaftliche Preisbildung der Kuppelprodukte, in: ZfN, Bd. III (1932), S. 591-615; Paul Riebel, Die Kuppelproduktion, S. 137f.; Bernhard Weblus, Produktionseigenarten der chemischen Industrie, S. 75ff.; Hans Raffée, Kurzfristige Preisuntergrenzen als betriebswirtschaftliches Problem, Köln und Opladen 1961, S. 80ff.; Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 43ff.; Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten, S. 30ff.

1 Graphisch läßt sich die gewinnmaximale Absatzmenge auch dadurch ermitteln, indem man die Grenzerlöskurve um die Vernichtungskosten nach oben verschiebt. Der Schnittpunkt dieser Kurve mit der Abszisse ergibt die gewinnmaximale Absatzmenge. Vgl. Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten, S. 48ff.

2 Zu den Problemkreisen der Vernichtung eines Produktes oder der Weiterverarbeitung bei negativem Grenzerlös sowie der Auswirkungen der Kapazitätsgrenzen auf das optimale Produktionsprogramm vgl. Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten, S. 37ff. und S. 60ff.

Grenzerlös dieses Produktes mit den gesamten Grenzkosten, also einschließlich der Grenzvernichtungskosten, zusammenfällt.

Bei vorliegendem starren Produktionsmengenverhältnis $x_2=\alpha x_1$ ergeben sich unter der Annahme, daß die zu produzierende Menge des Produktes 2 gleich der abzusetzenden ist ($x_2^A = x_2^P$) und daß von Produkt 1 die Menge $x_1^P - x_1^A$ zu vernichten ist, aus der Gewinnfunktion

$$G(x_1,x_2) = E_1(x_1) + E_2(x_2) - K(x_2) - v_1(\tfrac{1}{\alpha}x_2-x_1) \tag{6.8}$$

die folgenden Bedingungen für die gewinnmaximalen Absatzmengen:

$$\frac{\delta G}{\delta x_1} = \frac{dE_1}{dx_1} + v_1 = 0 \quad \text{und} \tag{6.9a}$$

$$\frac{\delta G}{\delta x_2} = \frac{\delta E_2}{\delta x_2} - \frac{dK}{dx_2} - \frac{v_1}{\alpha} = 0 \quad . \tag{6.9b}$$

Unter expliziter Berücksichtigung der Preis-Absatz-Funktionen und der Kostenfunktion ergibt sich die gewinnmaximale Absatzmenge des Produktes 1

$$x_1 = \frac{v_1 + a_1}{2b_{11}} \tag{6.10a}$$

und die gewinnmaximale Produktions- und Absatzmenge des Produktes 2

$$x_2 = \frac{\alpha \cdot a_2 - c_1 - v_1}{2\alpha\, b_{22}} \quad . \tag{6.10b}$$

Die gewinnmaximalen Absatzpreise sind somit

$$p_1^{opt} = \frac{a_1 - v_1}{2} \quad \text{und} \tag{6.11}$$

$$p_2^{opt} = \frac{\alpha a_2 + c_1 + v_1}{2\alpha} \quad . \tag{6.12}$$

Ergibt sich im Optimum ohne Berücksichtigung der Vernichtungsmöglichkeit ein negativer Grenzerlös des Produktes 2 und ist zusätzlich $\frac{dE_2}{dx_2} < -v_2$, so lassen sich die gewinnmaximalen Absatzpreise beider Produkte analog bestimmen.

II Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei Kuppelproduktion mit elastischer Kopplung

1 Der Verlauf der Gesamtkosten und der partiellen Grenzkosten bei komplementärem und konkurrierendem Kostenverbund

Wenn das Verhältnis der Ausbringungsmenge bei Verbundproduktion mit Kopplung variabel ist, lassen sich aus den Gesamtkostenfunktionen - anders als im Fall der starren Kopplung - partielle Grenzkosten für die einzelnen Produkte ableiten.[1] Im Hinblick auf die Preispolitik und die Ermittlung der gewinnmaximalen Absatzpreise ist eine Zurechnung der Kosten auf die Preis-Absatz-Funktionen und die Gesamtkostenfunktion sind zur Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzmengen notwendig.

Die Gesamtkostenfunktion möge sein $K=K(x_1,x_2)$. Bei variablem Ausbringungsmengenverhältnis sind die Ausbringungsmengen der Produkte innerhalb des zulässigen Variationsbereiches bedingt unabhängig voneinander.[2] Es ist $x_2 = \alpha x_1$. Hierbei ist der Grad der Kopplung im Bereich $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ variierbar.

---

1 Vgl. Jacques Lesourne, Unternehmensführung und Unternehmensforschung, München-Wien 1964, S. 315ff. und S. 627ff.; Heinrich von Stackelberg, Grundlagen einer reinen Kostentheorie, S. 66.

2 Vgl. Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogramms, S. 40.

Für eine vorgegebene Ausbringungsmenge des Gutes 2 (1) läßt sich nun bei Variation der Ausbringungsmenge des Gutes 1 eine Kostenfunktion für dieses Gut 1 (2) ermitteln.[1]

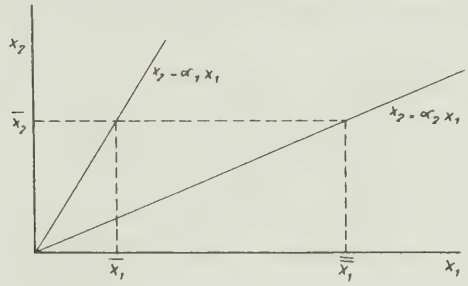


Abb. 6.4

Ausgehend von der Ausgangskombination $\bar{x}_2/\bar{x}_1$ wird bei konstanter Ausbringungsmenge $\bar{x}_2$ die Ausbringungsmenge des Gutes 1 innerhalb der Variationsgrenzen von $\bar{x}_1$ kontinuierlich auf $\bar{\bar{x}}_1$ erhöht. Dadurch steigen die Gesamtkosten entsprechend folgender Abbildung:

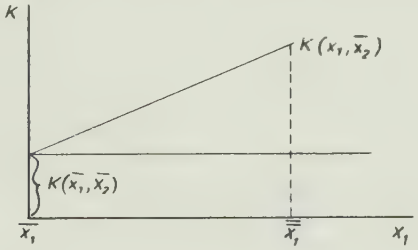


Abb. 6.5

Da nun in den Fällen der Kuppelproduktion mit elastischer Kopplung die Produkte sich gegenseitig fördern oder behindern können, hat die Gesamtkostenkurve bei Variation der Ausbringungsmengen des Gutes 1 bzw. 2 und alternativ vorgegebenen Ausbringungsmengen des Gutes 2 bzw. 1 unterschiedliche Verlaufsformen.

---

1 Zur graphischen Darstellung vgl. Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogramms, S. 30.

Die einfachste Funktionsform, die diese Eigenschaften des komplementären oder konkurrierenden Kostenverbundes enthält, ist die quadratische Kostenfunktion. Diese quadratische Kostenfunktion habe die Form

$$K = c_o + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_1^2 + c_4x_2^2 + c_5x_1x_2 \quad . \tag{6.13}$$

Die Koeffizienten $c_1,\ldots,c_4$ sind in dieser Kostenfunktion positiv. Die kostenmäßige Verflechtung der beiden Produkte wird durch den Term $c_5x_1x_2$ wiedergegeben. Ist $c_5 > 0$, so liegt ein konkurrierender Kostenverbund vor, es ist dann die gemischte partielle Ableitung

$$\frac{\delta^2 K}{\delta x_1 \delta x_2} = c_5 > 0 \quad .$$

Es ergeben sich bei konkurrierender Kostenverbundenheit und alternativen Produktionsmengen des Gutes 2 folgende Verlaufsformen der Gesamtkostenfunktion und der partiellen Grenzkosten $\frac{\delta K}{\delta x_1} = c_1+2c_3x_1+c_5x_2$:

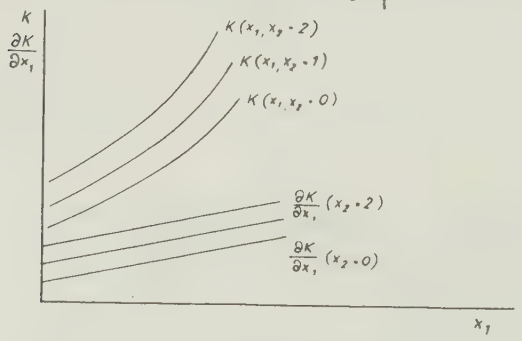


Abb. 6.6

Bei komplementärem Kostenverbund ist hingegen die gemischte Ableitung $\frac{\delta^2 K}{\delta x_1 \delta x_2} < 0$. Dann ergibt sich als Gesamtkostenfunktion bei komplementärem Kostenverbund:

$$K = c_o + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_1^2 + c_4x_2^2 - c_5x_1x_2 \quad . \tag{6.14}$$

Für eine konstante Produktionsmenge 2 sinken die Gesamtkosten, bedingt durch die Wirkung des Koeffizienten $-c_5$, mit zunehmender Produktion des Gutes 1 bis zu einem Gesamtkostenminimum, das bei der Produktionsmenge $\bar{x}_1(\bar{x}_2) = \frac{c_5}{2c_3}\bar{x}_2 - \frac{c_1}{2c_3}$, d.h. im Schnittpunkt der partiellen Grenzkostenkurve $\frac{\delta K}{\delta x_1} = c_1+2c_3x_1-c_5\bar{x}_2$ mit der Abszisse, erreicht ist. Für Produktionsmengen von $x_1(\bar{x}_2) > \bar{x}_1(\bar{x}_2)$ steigt die Gesamtkostenkurve wieder an.

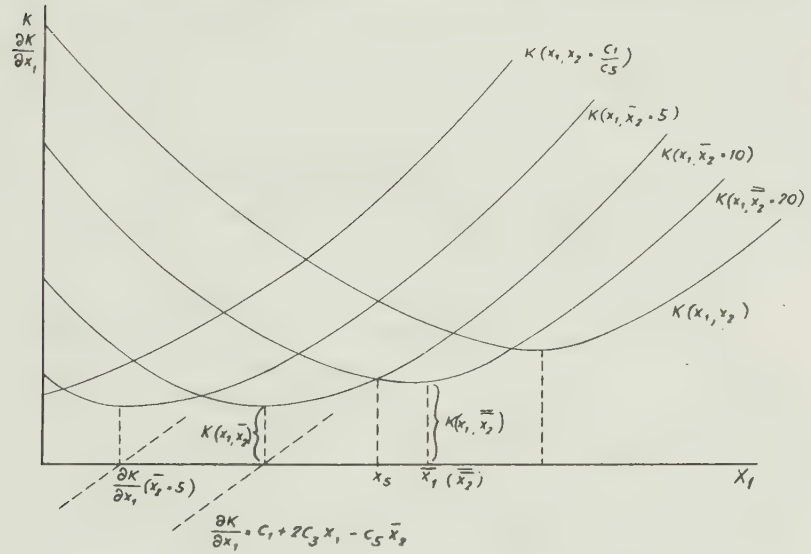


Abb. 6.7

Für alternative Produktionsmengen des Gutes 2 ergibt sich eine Schar von Gesamtkostenkurven. Diese Kurven verlaufen für $\bar{\bar{x}}_2 > \bar{x}_2$ bei geringen Produktionsmengen des Gutes 1 oberhalb der Kostenkurve $K(x_1,\bar{x}_2)$ und schneiden bei der Produktionsmenge $x_s = x_1 > \bar{x}_1(\bar{x}_2)$ die Gesamtkostenkurve $K(x_1,\bar{\bar{x}}_2)$, um dann unterhalb der Kurve zu verlaufen. Für eine konstante Produktionsmenge $x_1 > x_s$ wird somit durch eine Erhöhung der Produktionsmenge des Gutes 2 eine Verringerung der Gesamtkosten erreicht.

Das Kostenminimum der Gesamtkostenkurve $K(x_1,\bar{\bar{x}}_2)$ ist bei $\bar{x}_1(\bar{\bar{x}}_2) = \frac{c_5}{2c_3}\bar{\bar{x}}_2 - \frac{c_1}{2c_3}$ erreicht. Dabei ist $K(x_1,\bar{\bar{x}}_2) > K(x_1,\bar{x}_2)$. Die Gesamtkostenminima steigen mit zunehmender Produktionsmenge des Gutes 2, wenn $4c_3c_4 > c_5^2$ ist. Ein Sinken der Gesamtkostenminima bei zunehmender Produktionsmenge des Gutes 2 würde bei großen Produktionsmengen der Güter 1 und 2 zu negativen Kosten führen, einem ökonomisch irrelevanten Ergebnis. Die kostenkomplementäre Verbundwirkung $-c_5x_1x_2$ muß deshalb geringer sein als die Kostensteigerung durch $c_3x_1^2$ und $c_4x_2^2$.

2 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise bei konkurrierendem und komplementärem Kostenverbund unter der Annahme des Absatzzwanges

Für eine Unternehmung, bei der die Produktionsmengen in loser Kopplung anfallen können, lautet die Gewinnfunktion

$$G(x_1,x_2) = E_1(x_1) + E_2(x_2) - K(x_1,x_2) \quad . \tag{6.15}$$

Die optimale Produktmengenkombination bei beeinflußbaren Mengenrelationen läßt sich durch partielle Differentiation der Erlös- und Kostenfunktionen nach den Ausbringungsmengen bestimmen.[1] Die gewinnmaximale Kombination der Produktionsmengen ist dann gegeben, wenn gilt:

---

1 Vgl. Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 224ff.; Horst Meßmann, Anschauliche Theorie, S. 45ff.; Erich Schneider, Wirtschaftspläne, S. 156ff.; Heinrich von Stackelberg, Grundlagen, S. 67f. und Herbert Jacob, Preispolitik, S. 116f.

(6.16a) $$\frac{dE_1}{dx_1} = \frac{\delta K(x_1,x_2)}{\delta x_1} \quad \text{und}$$

(6.16b) $$\frac{dE_2}{dx_2} = \frac{\delta K(x_1,x_2)}{\delta x_2} \quad .$$

Es ist hierbei unterstellt, daß alle produzierten Mengeneinheiten auch abgesetzt werden. Diese gewinnmaximale Ausbringungsmengenkombination läßt sich nun graphisch ermitteln.[1] In je ein Preis-, Kosten-, Erlös- und Mengenkoordinatensystem lassen sich jeweils für die Produkte 1 und 2 die Preis-Absatz-Funktion und die dazugehörige Erlösfunktion einzeichnen. Zusätzlich lassen sich für alternative Ausbringungsmengen x_2 (x_1) und variierende Ausbringungsmengen von x_1 (x_2) die Gesamtkostenkurven der verbundenen Produktion darstellen.[2] Für den Fall des konkurrierenden Kostenverbundes ergeben sich folgende Schaubilder:

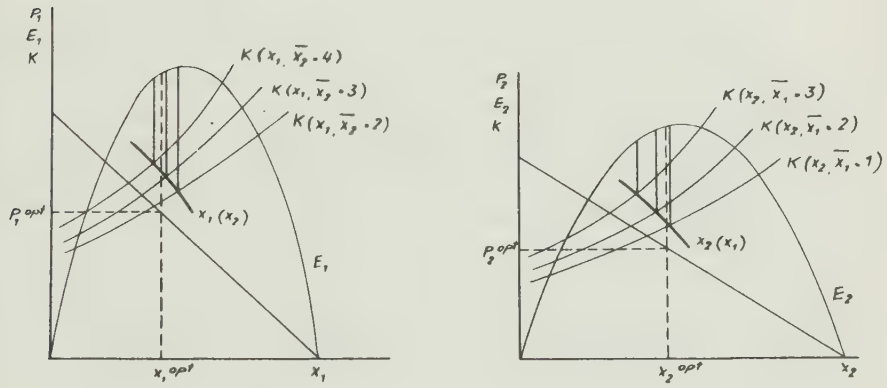


Abb. 6.8

---

1 Vgl. hierzu die Darstellungen bei Wilhelm Krelle, Preistheorie, S. 225f. sowie Herbert Jacob, Preispolitik, S. 117.

2 Vgl. die Ermittlung der Kostenkurven aus den Verbrauchsfunktionen auf S. 186.

Zu jeder vorgegebenen Kostenkurve kann nun das Gewinnmaximum ermittelt werden. Dieses Gewinnmaximum liegt entsprechend dem Optimalitätskriterium dort, wo der Grenzerlös gleich den partiellen Grenzkosten des betrachteten Produktes ist, d.h. dort, wo der Abstand zwischen der Erlösfunktion und der Kostenfunktion maximal ist. Für alternative Ausbringungsmengen des Gutes 2 (1) ergibt sich somit eine Abfolge von gewinnmaximalen Ausbringungsmengen des Gutes 1 (2). Verbindet man für alternative Ausbringungsmengen des Gutes 2 die entsprechenden Punkte auf den Kostenkurven, so erhält man die Funktion $x_1(x_2)$, die für alternative Absatzmengen des Gutes 2 die gewinnmaximale Absatzmenge des Gutes 1 determiniert. Entsprechend läßt sich die Funktion der gewinnmaximalen Ausbringungsmengen des Gutes 2 für alternative Mengen des Gutes 1 ableiten.

Die Funktionen $x_1(x_2)$ und $x_2(x_1)$ lassen sich nun in einem gemeinsamen Schaubild darstellen.[1] Der Schnittpunkt beider Funktionen stellt die gewinnmaximale Mengenkombination der Produkte 1 und 2 dar. Die gewinnmaximalen Preise können bei diesen Ausbringungsmengen auf der jeweiligen Preis-Absatz-Funktion bestimmt werden.[2]

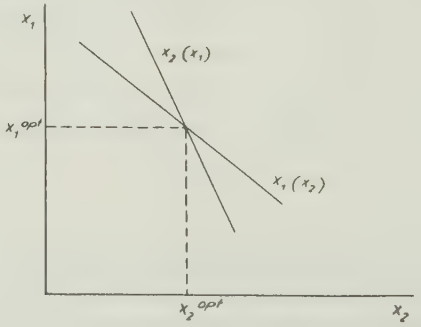


Abb. 6.9

1 Vgl. R.H. Coase, Monopoly Pricing, S. 280f. Coase bestimmt jedoch die gewinnmaximalen Preise bei alternativen Preisen des anderen Gutes.

2 Vgl. Abb. 6.8.

Bei komplementärem Kostenverbund lassen sich die Funktionen der gewinnmaximalen Ausbringungsmengen des Gutes 1 bzw. 2 bei alternativen Ausbringungsmengen des Gutes 2 bzw. 1 analog ableiten. Es ergeben sich dann folgende Funktionen der gewinnmaximalen Ausbringungsmengen:

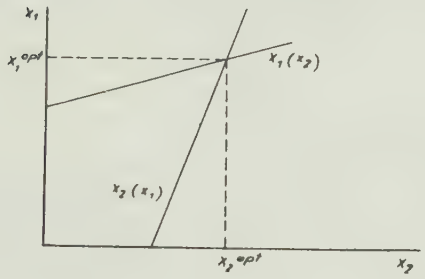


Abb. 6.10

Die partielle Differentiation der Gewinnfunktion

$$G(x_1,x_2) = E_1(x_1) + E_2(x_2) - K(x_1,x_2) \tag{6.15}$$

gibt nur dann die gewinnmaximale Preis- und Mengenkombination bei loser Kopplung wieder, wenn diese Mengenkombination innerhalb der zulässigen Variationsgrenzen $\alpha_1 x_1 \leq x_2 \leq \alpha_2 x_1$ liegt. Eine gewinnoptimale Relation, wie sie Jacob außerhalb der Variationsgrenzen ermittelt,[1] ist nicht möglich, da dann eine Kostenfunktion außerhalb der Variationsgrenzen erklärt sein müßte.[2] Kostenfunktionen sind aber nur innerhalb des Variationsbereiches definiert.

Aus diesem Grunde ist der Variationsbereich in der Gewinnfunktion zu berücksichtigen. Dies ist einmal dadurch möglich, daß die Kosten an den Variationsgrenzen beliebig stark ansteigen.[3] Eine andere Möglichkeit

1 Vgl. Herbert Jacob, Preispolitik, S. 120.

2 Vgl. ebenda, S. 120, Fußnote 38.

3 Vgl. Bernhard Weblus, Produktionseigenarten der chemischen Industrie, S. 79 sowie Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogramms, S. 41.

besteht darin, die Variationsgrenzen innerhalb der Gewinnfunktion als Nebenbedingungen zu berücksichtigen.[1] Dies kann im Rahmen der Marginalanalyse mit Hilfe von Lagrange'schen Multiplikatoren geschehen. Dabei ist die Lagrange-Methode so zu modifizieren, daß die Nebenbedingungen in Gleichungsform überführt werden. Doch ist ein solcher marginalanalytischer Ansatz nur bedingt anwendbar.[2]

---

1 Vgl. Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogramms, S. 42.

2 Dieser Nachteile wegen bedient sich die Literatur z.T. der Verfahren der mathematischen Programmierung. Indes lassen sich nur bei starrer Kopplung die Planungsansätze der linearen Programmierung verwenden. Diese beruhen auf dem Postulat der Unbeeinflußbarkeit (Additivitätspostulat) der Prozesse. (Vgl. Tjalling C. Koopmans, Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities, in: Activity Analysis of Production and Allocation, ed. by T.C. Koopmans, New York-London 1951, S. 33-97, hier S. 36). Bei elastischer Kopplung ist es erforderlich, den Lösungsraum durch eine endliche Anzahl von Prozessen mit starrer Kopplung zu approximieren, wobei für jeden Kuppelprozeß konstante Produktionskoeffizienten vorliegen (vgl. z.B. Hans-Josef Brink, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogramms, S. 57ff.; Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten, S. 181ff.; Gerhard Hudelmaier, Zur Kalkulation von Kuppelprodukten in der Fleischwarenindustrie mit Hilfe der linearen Programmierung, Ludwigshafen 1968). Die lineare Programmierung ist nur durch diese Approximation bei elastischer Kopplung, und dadurch unabhängig verbundener Produktion, möglich.

In den Fällen des komplementären Kostenverbundes eignen sich nur die Lösungsmethoden der konkaven Programmierung, z.B. das Verfahren von Arrow und Hurwicz (vgl. K.J. Arrow, L. Hurwicz, H. Uzawa (Hrsg.), Studies in Linear and Non-linear Programming, Stanford, Calif., 1958) und das Verfahren der zulässigen Richtung von Zoutendijk (vgl. G. Zoutendijk, Methods of Feasible Direction, A Study in Linear and Non-Linear Programming, Amsterdam-London-New York-Princeton 1960). Diese Verfahren beruhen auf der Konkavität der Zielfunktion und der Konvexität des Lösungsbereiches (d.h. es liegen konkave Transformationskurven vor). Bei Vorliegen nicht-konvexer Lösungsbereiche - dies ist im Falle des konkurrierenden Kostenverbunds gegeben - läßt sich nicht sicher ein Optimum bestimmen (vgl. Kurt Bohr, Zur Produktionstheorie, S. 53f.).

3 Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise unter der Annahme von Vernichtungsmöglichkeiten

Wie im Falle der starren Kopplung erfolgte die obige Ableitung der gewinnmaximalen Ausbringungsmengenkombination unter der Annahme, daß keine Vernichtungsmöglichkeiten für eines der Kuppelprodukte möglich sind. Im Falle der komplementären Kostenverbundenheit kann eine Ausbringungsmengenerhöhung z.B. des Gutes 1 bei konstanter Ausbringungsmenge des Gutes 2 zu einer Senkung der gesamten Verbundproduktionskosten führen. Ein komplementärer Kostenverbund ist z.B. bei der Gas- und Benzolerzeugung gegeben. Bei konstanter Benzolmenge (Produkt 2) sinken die variablen Kosten der Gesamtproduktion bei einer Erhöhung der Gasmenge (Produkt 1).[1] Dies bedeutet, daß die partiellen Grenzkosten des Produktes 1 negativ sind. Für die gewinnmaximale Mengenkombination ohne Vernichtungsmöglichkeiten liegt somit, da die Bedingung der Gleichheit von Grenzerlös und partiellen Grenzkosten erfüllt sein muß, ein negativer Grenzerlös vor.

Diese negativen partiellen Grenzkosten und somit auch die negativen Grenzerlöse können nur bei komplementärem Kostenverbund auftreten. Bei konkurrierendem Kostenverbund sind, da eine Steigerung der Ausbringungsmenge eines Produktes mit einem Anwachsen des Grenzproduktionskoeffizienten des anderen Produktes verbunden ist, die partiellen Grenzkosten stets positiv.[2]

Die optimale Ausbringungsmengenkombination möge nun im Fall ohne Beseitigungsmöglichkeiten durch die

---

1 Vgl. hierzu bei Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten, S. 150ff., die Berechnung für die Benzolwäsche als Teilbereich einer Kokerei.

2 Vgl. die Definition der Kostenverbundenheit auf S. 178.

Gleichheit von Grenzerlös und partiellen Grenzkosten ermittelt worden sein. Für das Produkt 1 ergibt sich dann durch den Schnittpunkt von Grenzerlös- und partieller Grenzkostenkurve die optimale Ausbringungsmenge x_{c1} des Gutes 1. Bei dieser optimalen Ausbringungsmenge sei der Grenzerlös $\frac{dE_1}{dx_1}$ negativ (Abb. 6.11).

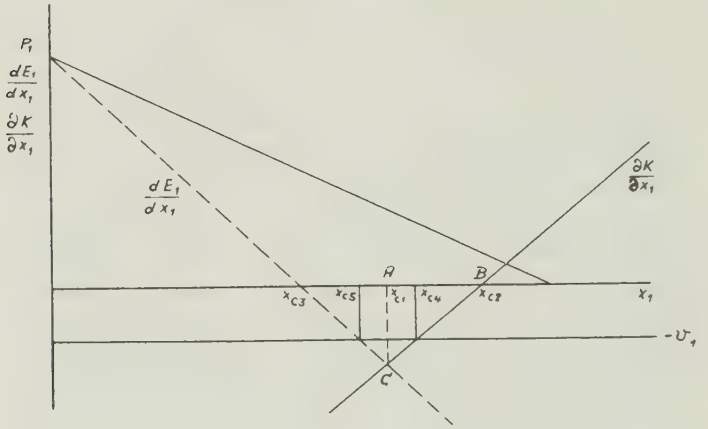


Abb. 6.11

In Abbildung 6.11 sei von einer steigenden partiellen Grenzkostenkurve ausgegangen. Im Bereich $x_1 < x_{c1}$ liegen negative partielle Grenzkosten vor. Jede zusätzlich produzierte Einheit des Produktes 1 führt somit zu einer Gesamtkostenersparnis in Höhe der negativen partiellen Grenzkosten. Eine Erhöhung der Ausbringungsmenge des elastischen Kuppelproduktes 1 über x_{c1} hinaus bis zum Schnittpunkt x_{c2} der partiellen Grenzkostenkurve mit der Abszisse erbringt somit eine zusätzliche Gesamtkostenersparnis, die der Fläche ABC entspricht. Die partiellen Grenzkosten $\frac{\delta K}{\delta x_1}$ sind bei dieser Ausbringungsmenge Null. Die gesamten Verbundkosten sinken.

Dies bedeutet, daß bei vorgegebener Ausbringungsmenge des Gutes 2 eine Erhöhung der Produktion des Gutes 1 bis zur Ausbringungsmenge x_{c2} die Gesamtkosten der Kuppelproduktion reduziert. Dabei sei davon ausgegangen, daß die obere Variationsgrenze der Kopplung größer als die Ausbringungsmenge x_{c2} ist. Liegt die Variationsgrenze der Kopplung indes unterhalb der Ausbringungsmenge x_{c2}, so kann die Erhöhung der Produktion nur bis zu dieser oberen Variationsgrenze erfolgen.

Bei komplementärem Kostenverbund liegt die kostenminimale Produktionsmenge des Gutes 1 somit dann vor, wenn die Bedingung $\frac{\delta K}{\delta x_1} = 0$ erfüllt ist. Der maximale Erlös des Gutes 1 ist hingegen dann erreicht, wenn der Grenzerlös $\frac{dE_1}{dx_1}$ Null ist. Eine Reduktion der Ausbringungsmenge des Gutes 1 bis zur Absatzmenge x_{c3} erhöht somit den Gesamterlös und damit den Gesamtgewinn.

Die gesamtgewinnmaximale Mengenkombination wird folglich - unter der Annahme der vorgegebenen Ausbringungsmenge des Produktes 2 - bei komplementärem Kostenverbund dann erreicht, wenn diese beiden Effekte gekoppelt werden, wenn einerseits die Produktionsmengen des Gutes 1 bis zum Erreichen der Bedingung $\frac{\delta K}{\delta x_1} = 0$, d.h. bis x_{c2}, ausgeweitet werden, andererseits wegen des erlöserhöhenden Effektes eine Reduktion der Ausbringungsmenge dieses Gutes bis zum Erreichen der Bedingung $\frac{dE_1}{dx_1} = 0$ erfolgt. Die anfallende Produktionsmenge $x_{c2}-x_{c3}$ ist also zu vernichten.

Bei Vorliegen von variablen Vernichtungskosten in Höhe von v_1 je Produktionseinheit des Gutes 1 ist eine Erhöhung der Produktion des Gutes 1 nur solange kostensenkend, bis die partiellen Grenzkosten gleich sind den Vernichtungskosten je Produktionseinheit.[1]

---

1 Vgl. Christian Gerhardt, Bestimmungsmöglichkeiten, S. 158.

Bei einer Ausweitung der Produktion über $\frac{\delta K}{\delta x_1} = -v_1$ hinaus würde die Kostenersparnis durch die zusätzliche Produktion des Gutes 1 geringer sein als die zusätzlich anfallenden Vernichtungskosten. Von dieser Produktionsmenge werden nun - entsprechend den Überlegungen bei der starren Kopplung - so viel Mengen auf dem Markt abgesetzt, daß der Grenzerlös der letzten verkauften Einheit gleich den negativen Grenzvernichtungskosten ist. Die zusätzlich anfallende Produktionsmenge $x_{c4}-x_{c5}$ ist zu vernichten.

Die bisherigen Überlegungen gelten unter der Annahme einer konstanten Produktionsmenge des nicht zu vernichtenden Produktes. Eine Veränderung der Produktionsmenge des Produktes, von dem Teilmengen zu vernichten sind, gegenüber der Ausgangssituation bei Gleichheit von Grenzerlös und partiellen Grenzkosten hat über den komplementären Kostenverbund Rückwirkungen auf die Produktionsmenge des anderen Produktes. Die Ermittlung der Produktions- und Absatzmengen sowie die Absatzpreise beider Produkte kann nur simultan vorgenommen werden. Diese simultane Bestimmung soll bei gleichzeitiger Berücksichtigung von Nachfrageinterdependenzen erfolgen.[1]

---

1 Vgl. S. 243ff.

Hauptteil III: PREISTHEORIE BEI NACHFRAGE- UND KOSTENVERBUND

Eine Preistheorie der Mehrproduktunternehmung darf nicht nur isoliert die Auswirkungen des Nachfrageverbundes oder des Kostenverbundes auf die optimalen Absatzpreise untersuchen, sie muß auch Aussagen über das unternehmerische Handeln für den Fall ermöglichen, daß gleichzeitig Nachfrage- und Kosteninterdependenzen vorliegen.

Es soll daher im folgenden der Versuch unternommen werden, die optimalen Absatzpreise bei Kosten- und Nachfrageverbund zu bestimmen. Dabei ist von den jeweiligen Interdependenzen auf der Produktions- und Nachfrageseite auszugehen. Die komplexen Probleme lassen es dabei zweckmäßig erscheinen, für die Situation der starren und der elastischen Produktionskopplung den optimalen Absatzpreis bei substitutivem und komplementärem Nachfrageverbund zu untersuchen und dabei jeweils die Möglichkeit und die Auswirkungen der Vernichtung von Teilmengen eines Produktes zu prüfen.

7. Kapitel: Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise bei starrer Produktionskopplung und verbundener Nachfrage

I Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei starrer Produktionskopplung und Absatzzwang

1 Starre Produktionskopplung und substitutive Nachfragebeziehungen

Besteht zwischen den Ausbringungsmengen der produktionsmäßig verbundenen Produkte eine starre Kopplung der Form $x_2 = \alpha\, x_1$ und sind keine Vernichtungsmöglichkeiten eines der Produkte oder einer Teilmenge eines der Produkte gegeben, so hat der Absatz im Verhältnis der anfallenden Produktionsmengen zu erfolgen.

Bei Vorliegen substitutiver oder komplementärer Nachfragebeziehungen ist nun jeder Absatzmenge des Gutes 2 (1) eine bestimmte Preis-Absatz-Funktion des Gutes 1 (2) zugeordnet. Sind bei diesen Nachfragebeziehungen und gleichzeitiger starrer Produktionskopplung keine Vernichtungsmöglichkeiten gegeben, so besteht auch bei Nachfrageverbund der Zwang, die Absatzmengen im Verhältnis der Produktionsmengen abzusetzen. Das Absatzmengenverhältnis entspricht dem Produktionsmengenverhältnis $x_2 = \alpha\, x_1$.

Auf jeder Preis-Absatz-Funktion innerhalb der Schar dieser Preis-Absatz-Funktionen erfüllt jeweils nur ein Punkt diese Bedingung der Konstanz des Absatzmengenverhältnisses der beiden Produkte.

Bei substitutiven Gütern mit den Preis-Absatz-Funktionen

(2.26a) $p_1 = a_1 - b_{11}x_1 - b_{12}x_2$ und

(2.26b) $p_2 = a_2 - b_{22}x_2 - b_{21}x_1$

wird, indem man die Punkte mit konstantem Absatzmengenverhältnis miteinander verbindet, die Schar der Preis-Absatz-Funktionen auf eine einzige Preis-Absatz-Funktion mit der starren Absatzmengenkopplung $x_2 = \alpha x_1$ reduziert. Es ergibt sich dann

(7.1) $p_1 = a_1 - b_{11}x_1 - b_{12}\alpha x_1$.

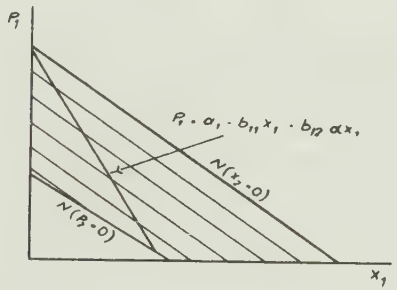


Abb. 7.1

Die Preis-Absatz-Funktion des Gutes 1 beginnt bei konstantem Absatzmengenverhältnis und substitutivem Nachfrageverbund bei der Absatzmengenkombination $x_1 = x_2 = 0$, d.h. im Schnittpunkt der begrenzenden Preis-Absatz-Funktion mit der Ordinate. Diese Kurve verläuft bei substitutivem Nachfrageverbund steiler als die Schar der Preis-Absatz-Funktionen. Sie kann je nach dem Verlauf der Preis-Absatz-Funktion und der Kopplungsbeziehung $x_2 = \alpha x_1$ entweder im Bereich der unteren und oberen Begrenzungslinien der Preis-

Absatz-Funktionen-Schar auf der Abszisse enden. Daneben besteht die Möglichkeit, daß sie auf der Kurvenschar der begrenzenden Preis-Absatz-Funktion

$$(7.2) \qquad p_1 = a_1 - b_{11}x_1 - \frac{b_{11}a_2}{b_{22}} - \frac{b_{12}b_{21}}{b_{22}} x_1$$

endet, die für den Fall gilt, daß der Preis des substitutiven Gutes 2 Null ist, also die Sättigungsmenge des Gutes 2 abgesetzt wird.

Die Preis-Absatz-Funktion des Gutes 2 hat bei konstantem Absatzmengenverhältnis entsprechend die Gestalt:

$$(7.3a) \qquad p_2 = a_2 - b_{22}x_2 - b_{21} \frac{1}{\alpha} x_2 \quad ;$$

bzw. mit Hilfe der Kopplungsbeziehung $x_2 = \alpha x_1$ in Einheiten des Gutes 1 transformiert

$$(7.3b) \qquad p_2^+ = \alpha (a_2 - b_{22}\alpha x_1 - b_{21}x_1) \; .$$

Der Gesamtgewinn der nachfragemäßig substitutiv verbundenen und in starrer Mengenrelation produzierten und abzusetzenden Produkte läßt sich jetzt in Abhängigkeit vom Leitprodukt 1 darstellen. Bei Annahme einer Kostenfunktion $K = K(x_1,x_2) = K(x_1,\alpha x_1) = c_o + c_1 x_1$ für das Produktbündel ergibt sich als Gesamtgewinnfunktion

$$(7.4) \qquad G(x_1,x_2) = G(x_1,\alpha x_1) = G(x_1)$$

$$= (a_1 - b_{11}x_1 - b_{12}\alpha x_1)x_1$$

$$+ (\alpha a_2 - b_{22}\alpha^2 x_1 - \alpha b_{21}x_1)x_1 - c_o - c_1 x_1 \; .$$

Der maximale Gesamtgewinn bei starrer Absatz- und Produktionskopplung ist dann erreicht, wenn der Grenzerlös aus dem Absatz der in festen Mengenrelationen zu verkaufenden Produkte 1 und 2 gleich ist den gemeinsam anfallenden Grenzkosten des Produktbündels, d.h. wenn

$$\frac{dE_1}{dx_1} + \frac{dE_2}{dx_2}\,\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{dK}{dx_1} \tag{6.3}$$

ist.

Die aus den Kurvenscharen ermittelten Preis-Absatz-Funktionen mit starrem Absatzmengenverhältnis lassen sich nach der Transformation - wie im Falle der starren Produktionskopplung ohne Nachfrageverbund - in einem gemeinsamen Koordinatensystem darstellen. Bei vorgegebener Absatzmenge eines der in Einheiten des Leitproduktes 1 dargestellten Gütern besteht der Gesamtpreis dieses "Absatzpäckchens" aus den beiden Preisen der einzelnen Güter. Für alternativ vorgegebene Absatzmengen erhält man durch vertikale Addition der beiden unter Berücksichtigung des vorgegebenen Absatzmengenverhältnisses abgeleiteten Preis-Absatz-Funktionen eine Gesamt-Preis-Absatz-Funktion des "Absatzpäckchens". Diese Gesamt-Preis-Absatz-Funktion entspricht formal der Preis-Absatz-Funktion der Einproduktunternehmung (Abb. 7.2).

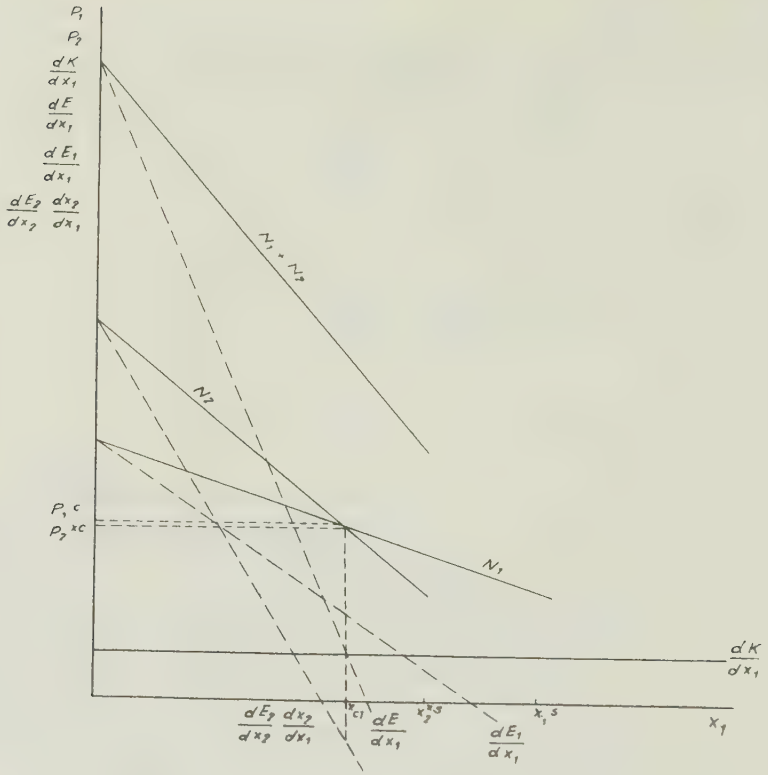


Abb. 7.2

Die Preis-Absatz-Funktion bei konstantem Absatzmengenverhältnis (N_1 bzw. N_2) ist nur für den Fall, daß diese Preis-Absatz-Funktion die untere begrenzende Preis-Absatz-Funktion der Schar der Preis-Absatz-Kurven schneidet, bis zu dem Schnittpunkt x_1^s (x_2^{+s}) definiert. Eine Addition der Preis-Absatz-Funktionen N_1 und N_2 zur Gesamt-Preis-Absatz-Funktion des"Absatzpäckchens" ist somit nur bis zum unteren der beiden Begrenzungspunkte möglich. An dieser Stelle hat die Gesamt-Preis-Absatz-Funktion einen Sprung. Sie geht formal in die Preis-Absatz-Funktion für das

Gut 1 über, die bis x_1^s definiert ist. Der Absatzbereich $x_1^s - x_2^{+s}$ ist jedoch ökonomisch irrelevant, da die Bedingung der starren Absatzmengenkopplung einer Ausbringungsmenge des Gutes 1 über x_2^{+s} hinaus ausschließt.

Der Grenzerlös für das "Absatzpäckchen" ergibt sich aus der Addition der Grenzerlöse der einzelnen Güter. Auch die Gesamtgrenzerlöskurve ist wie die Gesamt-Preis-Absatz-Funktion bis zur maximalen Absatzmenge des Gutes 2, d.h. bis x_2^{+s}, definiert.

Der Schnittpunkt der Grenzerlöskurve des "Absatzpäckchens" mit den Grenzkosten des Produktpäckchens gibt bei substitutivem Nachfrageverbund, aber starrer Absatz- und Produktionsmengenkopplung, die gewinnmaximale Absatz- und Produktionsmenge x_{c1} bei der Bedingung

$$(7.5) \quad \frac{dE}{dx_1} - \frac{dK}{dx_1} = a_1 - 2(b_{11} + b_{12}\alpha)x_1 + \alpha a_2 - 2(b_{22}\alpha^2 + \alpha b_{21})x_1 - c_1 = 0$$

an.

Als gewinnmaximale Absatz- und Produktionsmenge ergibt sich somit:

$$(7.6) \quad x_1^{opt} = \frac{a_1 + \alpha a_2 - c_1}{2(b_{11} + \alpha b_{12} + \alpha^2 b_{22} + \alpha b_{21})} \quad \text{und}$$

$$(7.7) \quad x_2^{opt} = \alpha x_1^{opt} .$$

Für diese gewinnmaximalen Absatzmengen lassen sich die optimalen Absatzpreise p_1^c und p_2^{+c} aus den zugehörigen Preis-Absatz-Funktionen ermitteln. Man erhält dann:

$$(7.8) \quad p_1^c = \frac{(b_{11} + 2\alpha b_{21} + \alpha b_{12} + 2\alpha^2 b_{22})a_1 + (b_{11} + \alpha b_{12})(c_1 - \alpha a_2)}{2b_{11} + \alpha b_{12} + \alpha b_{21} + 2\alpha^2 b_{22}}$$

und

$$(7.9) \qquad p_2^{+c} = \alpha \frac{(2b_{11}+2\alpha b_{12}+\alpha b_{21}+\alpha^2 b_{22})a_2+(b_{21}+\alpha b_{22})(c_1-a_1)}{2b_{11}+\alpha b_{12}+\alpha b_{21}+2\alpha^2 b_{22}} \quad .$$

Bei dieser Absatzpreiskombination kann (vgl. Abb. 7.2), bedingt durch das vorgegebene Absatzmengenverhältnis der substitutiven Güter, der Grenzerlös eines der Güter negativ sein.

2 Starre Produktionskopplung und komplementäre Nachfragebeziehungen

Bei komplementärem Nachfrageverbund und konstantem Absatzmengenverhältnis der Produkte reduzieren sich die Preis-Absatz-Funktionen

$$(2.27a) \qquad p_1 = a_1 - b_{11}x_1 + b_{12}x_2 \quad \text{und}$$

$$(2.27b) \qquad p_2 = a_2 - b_{22}x_2 + b_{21}x_1$$

durch die Absatzmengenkopplung $x_2 = \alpha x_1$ auf die Preis-Absatz-Funktionen

$$(7.10) \qquad p_1 = a_1 - b_{11}x_1 + b_{12}\alpha x_1 \quad \text{und}$$

$$(7.11) \qquad p_2^+ = (a_2 - b_{22}\alpha x_1 + b_{21}x_1)\alpha \quad .$$

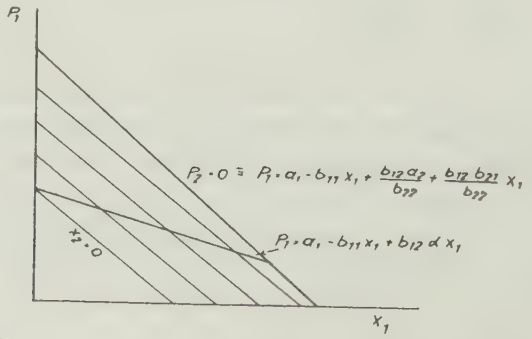


Abb. 7.3

Diese Preis-Absatz-Funktionen für konstante Absatzmengen der komplementären Güter beginnen bei der Absatzmengenkombination $x_1 = x_2 = 0$. Die Kurven verlaufen flacher als die Schar der Preis-Absatz-Funktionen. Sie sind definiert bis zum Schnittpunkt mit der oberen Begrenzungslinie der Schar der Preis-Absatz-Funktionen, die für alternative Preise des Gutes 1 (2) die Sättigungsmengen des Gutes 2 (1) darstellt.

Wie im Fall des substitutiven Nachfrageverbundes bei starrem Absatzmengenverhältnis lassen sich die Preis-Absatz-Funktionen der einzelnen Güter in Einheiten des Leitproduktes 1 ausdrücken und zu einer Gesamt-Preis-Absatz-Funktion addieren. Der Schnittpunkt der hieraus abgeleiteten Gesamtgrenzerlöskurve mit den Grenzkosten des Produktpäckchens ergibt die gewinnmaximalen Absatzmengen

$$x_1^{opt} = \frac{a_1 + \alpha a_2 - c_1}{2(b_{11}+\alpha^2 b_{22}-\alpha(b_{12}+b_{21}))} \quad \text{und} \tag{7.12}$$

$$x_2^{opt} = \alpha\, x_1^{opt} \quad . \tag{7.13}$$

Wenn man diese Absatzmengenkombinationen in die Preis-Absatz-Funktionen einsetzt, so erhält man die folgenden gewinnmaximalen Absatzpreise:

$$p_1^c = \frac{(b_{11}-2\alpha b_{21}-\alpha b_{12}+2\alpha^2 b_{22})a_1+(b_{11}-\alpha b_{12})(c_1-\alpha a_2)}{2(b_{11}+\alpha^2 b_{22})-\alpha(b_{12}+b_{21})} \tag{7.14}$$

und

$$p_2^{+c} = \alpha \frac{(2b_{11}-2\alpha b_{12}-\alpha b_{21}+\alpha^2 b_{22})a_2+(\alpha b_{22}-b_{21})(c_1-a_1)}{2(b_{11}+\alpha^2 b_{22})-\alpha(b_{12}+b_{21})} \tag{7.15}$$

II Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei starrer Produktionskopplung und der Möglichkeit der Vernichtung von Teilmengen nachfrageverwandter Produkte

1 Kostenlose Vernichtung bei starrer Produktionskopplung und substitutivem Nachfrageverbund

Bei Nachfrageverbund kann bei einem dem Produktionsmengenverhältnis der starren Produktionskopplung entsprechenden Absatzmengenverhältnis für das Produkt i ein negativer Grenzerlös auftreten. Das Gewinnmaximum liegt bei der Gleichheit von gesamtem Grenzerlös und den Grenzkosten des Produktbündels nur dann vor, wenn die Produkte in diesem konstanten Absatzmengenverhältnis abgesetzt werden müssen. Es ist zu untersuchen, wie sich der Gesamtgewinn und damit die optimalen Absatzpreise ändern, wenn die Annahme des Absatzzwanges aller produzierten Güter aufgehoben wird, also Teilmengen vernichtet werden können.

Im Falle der starren Produktionskopplung ohne Nachfrageverbund ergab sich eine Gewinnerhöhung dadurch, daß von dem Produkt mit negativem Grenzerlös nur diejenige Menge abgesetzt wurde, bei der ein Grenzerlös von Null vorlag und die Differenz zwischen Produktions- und Absatzmenge bei gleichzeitiger Ausweitung der Produktions- und Absatzmenge des anderen Gutes grenzkostenlos vernichtet wurde.[1]

Bei nachfragemäßigem Verbund zwischen den Gütern und anfänglich starrer Absatzmengenkopplung würde indes eine Vernichtung eines Teiles der Produktionsmenge des Gutes mit negativem Grenzerlös und einer Ausbringungs- und Absatzmengenerhöhung des anderen Gutes zu einer Veränderung der Absatzmengenrelation der

---

1 Vgl. die Gleichungen (6.7a) und (6.7b).

Güter führen. Wird durch Absatzmengenänderung des Gutes i mit anfänglich negativem Grenzerlös die Bedingung $\frac{dE_i}{dx_i} = 0$ erfüllt, so wird dadurch der Grenzerlös des anderen Gutes geändert, da für jede Absatzmenge eines Gutes eine andere Preis-Absatz-Funktion des anderen Gutes definiert ist. Versucht man jetzt hingegen für dieses andere Gut die Gleichheit von Grenzerlös und Grenzkosten des Produktpäckchens zu erzielen, so verändert man neuerlich den Grenzerlös des zuerst betrachteten Gutes. Es ergeben sich jeweils andere Absatzmengenrelationen. Die optimale Absatzmengenkombination läßt sich bei Nachfrageverbund und einer Variationsmöglichkeit der Absatzmengen der Produkte 1 und 2 durch die Möglichkeit der Vernichtung eines der Produkte nicht mehr mit dem Kriterium der Gleichheit des direkten Grenzerlöses eines Produktes und den Grenzkosten des Produktbündels bestimmen. Die Wirkungen des Kreuz-Grenzerlöses sind in die Optimierungsüberlegungen einzubeziehen.

Unter der Annahme der kostenlosen Vernichtungsmöglichkeit eines Teiles der Produktionsmengen eines der Produkte ist bei Nachfrageverbund der Gesamtgewinn dann maximiert, wenn für das Produkt, das bei starrer Absatzmengenkopplung und der Bedingung $\frac{dE_i}{dx_i} + \frac{dE_j}{dx_j} \cdot \frac{dx_j}{dx_i} = \frac{dK}{dx_i}$ einen negativen partiellen Grenzerlös aufweist, nur eine solche Menge abgesetzt wird, für die der partielle Grenzerlös $\frac{\delta E_i}{\delta x_i} = 0$ ist. Ergibt sich aus der Ausgangskonstellation bei starrer Absatzmengenkopplung und substitutivem Nachfrageverbund

$$\frac{\delta E}{\delta x_j} = \frac{\delta E_j}{\delta x_j} - \left|\frac{\delta E_i}{\delta x_j}\right| = p_j + x_j \frac{\delta p_j}{\delta x_j} - x_i \left|\frac{\delta p_i}{\delta x_j}\right| < 0 \quad , \tag{7.16}$$

so wird nur diejenige Menge des Gutes j abgesetzt, für die

$$\frac{\delta E}{\delta x_j} = 0 \tag{7.17}$$

ist.

Die Kosten $K(x_i,x_j) = c_o+c_i x_i = c_o+c_i\frac{x_j}{\alpha}$ des starrem Produktionsbündels werden auf das Produkt i bezogen, so daß für das Gewinnmaximum des Produktes i die Bedingung

$$\frac{\delta E}{\delta x_i} - \frac{dK}{dx_i} = 0 \tag{7.18}$$

gilt.

Bezieht man z.B. die Grenzkosten des Produktbündels auf das Produkt 1, so ergibt sich für alternative Absatzmengen des Gutes 2 eine Abfolge von optimalen Absatz- und Produktionsmengen des Gutes 1, die durch den Schnittpunkt der partiellen Grenzerlöskurven mit der Grenzkostenkurve des Produktbündels entstehen.

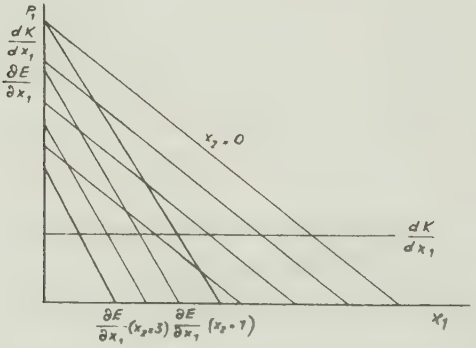


Abb. 7.4

Der partielle Grenzerlös des Gutes 1 ist

$$\frac{\delta E}{\delta x_1} = a_1 - 2b_{11}x_1 - b_{12}x_2 - b_{21}x_2 \quad .$$

Die Grenzkosten des Produktbündels in Einheiten des Leitproduktes 1 sind $\frac{dK}{dx_1} = c_1$.

Bei Gleichheit von partiellem Grenzerlös des Produktes 1 und den Grenzkosten des Produktbündels ergibt sich

(7.19) $$\frac{\delta G}{\delta x_1} = \frac{\delta E}{\delta x_1} - \frac{dK}{dx_1} = a_1 - 2b_{11}x_1 - b_{12}x_2 - b_{21}x_2 - c_1 = 0 \quad .$$

Für alternative Absatzmengen des Gutes 2 erhält man die gesamtgewinnmaximale Produktions- und Absatzmenge des Gutes 1

(7.20) $$x_1 = \frac{a_1 - c_1}{2b_{11}} - \frac{b_{12} + b_{21}}{2b_{11}} x_2 \qquad (X_{1.2})$$

Die erlösmaximale Absatzmenge des Gutes 1 ergibt sich aus $\frac{\delta E}{\delta x_2} = a_2 - 2b_{22}x_2 - b_{21}x_1 - b_{12}x_1 = 0$.

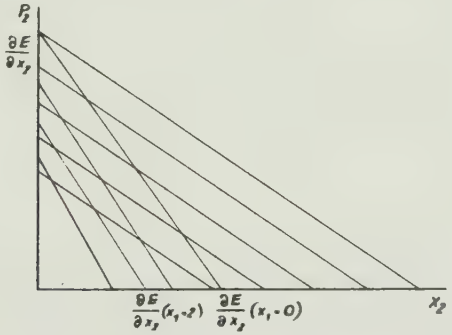


Abb. 7.5

Für alternative Absatz- und Produktionsmengen des Gutes 1 ist die erlösmaximale Absatzmenge des Gutes 2

(7.21a) $$x_2 = \frac{a_2}{2b_{22}} - \frac{b_{21} + b_{12}}{2b_{22}} x_1$$ bzw.

(7.21b) $$x_1 = \frac{a_2}{b_{12}+b_{21}} - \frac{2b_{22}}{b_{12}+b_{21}} x_2 \qquad (X_{2.1})\ .$$

Überträgt man die Funktion der gewinnmaximalen Produktions- und Absatzmengen des Gutes 1 für alternative x_2, d.h. $X_{1.2}$, und die der erlösmaximalen Absatzmengen 2 für alternative Produktionsmengen des Gutes 1, d.h. $X_{2.1}$, in ein x_1/x_2-Koordinatensystem, so ergibt sich folgende Darstellung:

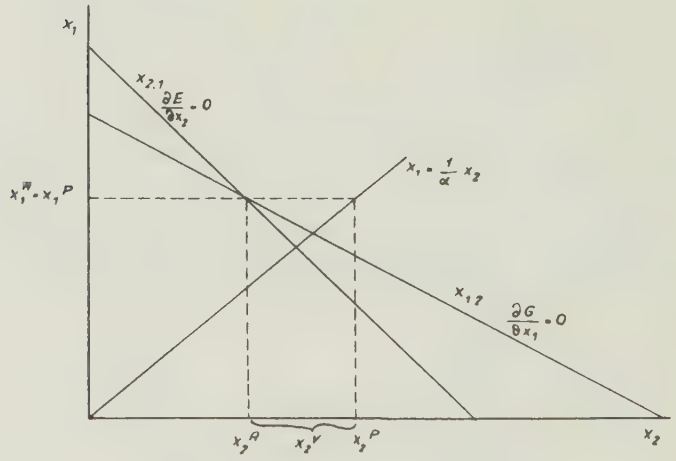


Abb. 7.6

Der Schnittpunkt der gesamtmaximalen Absatzmengenlinie $X_{1.2}$ mit der erlösmaximalen Absatzmengenlinie $X_{2.1}$ ergibt die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenkombination x_1^A, x_2^A. Mit Hilfe dieser Absatzmengenkombination lassen sich über die zugehörigen Preis-Absatz-Funktionen der beiden Güter die gewinnmaximalen Absatzpreise bestimmen.

In dieses Schaubild läßt sich zusätzlich das konstante Produktionsmengenverhältnis $x_2 = \alpha\, x_1$ bzw. $x_1 = \frac{1}{\alpha} x_2$ übertragen. Bei der optimalen Absatzmengenkombination sind somit, bedingt durch die starre Produktionskopplung, die Produktionsmengen x_1^P und x_2^P zu erzeugen.

Hierbei entspricht die gewinnmaximale Produktionsmenge des Gutes 1 der gewinnmaximalen Absatzmenge. Für das Gut 2 ist indes die zwangsweise anfallende Produktionsmenge größer als die gesamtgewinnmaximale Absatzmenge. Die über die gewinnmaximale Absatzmenge zusätzlich erzeugte Produktionsmenge $x_2^v = x_2^P - x_2^A$ ist zu vernichten.

Liegt bei dieser Absatzmengenkombination x_1^A, x_2^A die Produktionsmenge des Gutes 2 jedoch unterhalb der errechneten Absatzmenge des Gutes 2, so hätten die Grenzkosten des Produktbündels den partiellen Grenzerlösen des Gutes 2 gegenübergestellt werden müssen. Es ist dann nicht ein Teil des Produktes 2, sondern des Produktes 1 zu vernichten.

Entsprechend dem Optimalitätskriterium

(7.17a) $$\frac{\delta E}{\delta x_1} = 0 \quad \text{und}$$

(7.18a) $$\frac{\delta G}{\delta x_2} = \frac{\delta E}{\delta x_2} - \frac{dK}{dx_2} = 0$$

ist die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise sowie der zu vernichtenden Überschußproduktion des Gutes 1 analog zum vorhergehenden Fall durchzuführen. Die erlösmaximale Absatzmengenlinie lautet dann

(7.22) $$x_1 = \frac{a_1}{2b_{11}} - \frac{b_{12} + b_{21}}{2b_{11}} x_2 \qquad (X^+_{1.2}) \quad .$$

Für die gewinnmaximale Absatzmengenlinie ergibt sich

(7.23) $$x_1 = \frac{a_2 - \frac{c_1}{\alpha}}{b_{12}+b_{21}} - \frac{2b_{22}}{b_{12}+b_{21}} x_2 \qquad (X^+_{2.1}) \quad .$$

2 Kostenlose Vernichtung bei starrer Produktionskopplung und komplementärem Nachfrageverbund

Der Gesamtgewinn bei starrer Produktionsmengenrelation und komplementärem Nachfrageverbund läßt sich bei Vernichtungsmöglichkeiten der Produkte 1 oder 2 wie im Fall des substitutiven Nachfrageverbundes durch das Optimalitätskriterium

(7.24a) $$\frac{\delta E}{\delta x_1} = \frac{\delta E_1}{\delta x_1} + \frac{\delta E_2}{\delta x_1} = 0 \quad \text{und}$$

(7.25a) $$\frac{\delta G}{\delta x_2} = \frac{\delta E_2}{\delta x_2} + \frac{\delta E_1}{\delta x_2} - \overset{0}{\frac{dK}{dx_2}} = 0$$

für den Fall, daß das Gut 1 zu vernichten ist, bestimmen. Ist hingegen das Gut 2 zu vernichten, so gilt das Optimalitätskriterium

(7.24b) $$\frac{\delta E}{\delta x_2} = \frac{\delta E_2}{\delta x_2} + \frac{\delta E_1}{\delta x_2} = 0 \quad \text{und}$$

(7.25b) $$\frac{\delta G}{\delta x_1} = \frac{\delta E_1}{\delta x_1} + \frac{\delta E_2}{\delta x_1} - \frac{dK}{dx_1} = 0 \quad .$$

Dieses Optimalitätskriterium gilt wie im Falle des substitutiven Nachfrageverbundes für den Fall, daß bei der Ermittlung der optimalen Absatzmengen der beiden Produkte unter der Annahme eines dem Produktionsmengenverhältnis entsprechenden Absatzmengenverhältnisses sich negative partielle Grenzerlöse für eines der Produkte ergeben.

Unter der Annahme, daß das Produkt 2 teilweise zu vernichten ist, ergibt sich aus

$$\frac{\delta E}{\delta x_2} = a_2 - 2b_{22}x_2 + b_{12}x_1 + b_{21}x_1 = 0$$

die erlösmaximale Absatzmengenlinie

$$x_1 = \frac{-a_2}{b_{12}+b_{21}} + \frac{2b_{22}}{b_{12}+b_{21}}\, x_2 \qquad (X_{2.1}) \quad . \tag{7.26}$$

Aus

$$\frac{\delta G}{\delta x_1} = \frac{\delta E}{\delta x_1} - \frac{dK}{dx_1} = a_1 - 2b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + b_{21}x_2 - c_1 = 0$$

ergibt sich die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie

$$x_1 = \frac{a_1 - c_1}{2b_{11}} + \frac{b_{12} + b_{21}}{2b_{11}}\, x_2 \qquad (X_{1.2}) \quad . \tag{7.27}$$

Im x_1/x_2-Koordinatensystem ergibt sich bei komplementärem Nachfrageverbund und der Annahme der Vernichtung eines Teiles des Gutes 2 folgende Darstellung:

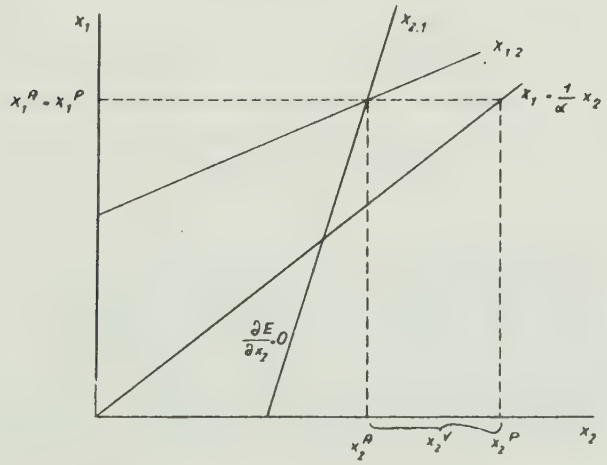


Abb. 7.7

Der Schnittpunkt der gesamtgewinnmaximalen Absatzmengenlinie $X_{1.2}$ mit der erlösmaximalen Absatzmengenlinie $X_{2.1}$ ergibt die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenkombination x_1^A, x_2^A. Bei dieser Absatzmengenkombination werden entsprechend dem starren Produktionsmengenverhältnis $x_2=\alpha x_1$ die Produktionsmengen $x_1^P = x_1^A$ und x_2^P erzeugt. Da die Produktionsmenge x_2^P größer als die gesamtgewinnmaximale Absatzmenge x_2^A ist, ist die zusätzlich erzeugte Produktionsmenge

$$x_2^V = x_2^P - x_2^A \tag{7.28}$$

zu vernichten.
Ist hingegen ein Teil der Produktionsmenge 1 zu vernichten, so sind die Grenzkosten des Produktpäckchens den partiellen Grenzerlösen des Gutes 2 gegenüberzustellen. Es ergibt sich dann die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie

$$x_1 = \frac{\frac{c_1}{\alpha} - a_2}{b_{12}+b_{21}} + \frac{2b_{22}}{b_{12}+b_{21}}\, x_2 \qquad (X_{2.1}^+) \tag{7.29}$$

und die erlösmaximale Absatzmengenlinie

$$x_1 = \frac{a_1}{2b_{11}} + \frac{b_{12}+b_{21}}{2b_{11}}\, x_2 \qquad (X_{1.2}^+) \tag{7.30}$$

Aus den Absatzmengenkombinationen lassen sich über die zugehörigen Preis-Absatz-Funktionen die gewinnmaximalen Absatzpreise bestimmen.

3 Die Auswirkungen von variablen Vernichtungskosten auf die gewinnmaximale Absatzmengenkombination bei Nachfrageverbund

Fallen bei der Vernichtung von Teilmengen der Überschußproduktion des Gutes 2 konstante Vernichtungs-

kosten je Mengeneinheit in Höhe von v_2 an, so lautet das Optimalitätskriterium

(7.31) $$\frac{\delta E}{\delta x_2} = - v_2 = \frac{\delta K^v}{\delta x_2} \quad \text{und}$$

(7.32) $$\frac{\delta E}{\delta x_1} = \frac{dK}{dx_1} + \alpha v_2$$

Die erlösmaximale Absatzmenge des Gutes 2 ergibt sich unter Berücksichtigung der konstanten Grenzvernichtungskosten bei substitutivem Nachfrageverbund aus

(7.33) $$\frac{\delta E}{\delta x_2} + v_2 = a_2 - 2b_{22}x_2 - b_{21}x_1 - b_{12}x_1 + v_2 = 0 \quad .$$

Dann lautet für alternative Absatz- und Produktionsmengen des Gutes 1 die erlösmaximale Absatzmengenlinie bei Vernichtungskosten

(7.34a) $$x_2 = \frac{a_2 + v_2}{2b_{22}} - \frac{b_{21} + b_{12}}{2b_{22}} x_1$$

bzw.

(7.34b) $$x_1 = \frac{a_2 + v_2}{b_{12}+b_{21}} - \frac{2b_{22}}{b_{12}+b_{21}} x_2 \qquad (X_{2.1}^{++}) \quad .$$

Für alternative Absatzmengen des Gutes 2 ist die gesamtgewinnmaximale Produktions- und Absatzmenge des Gutes 1

(7.35) $$x_1 = \frac{a_1 - c_1 - \alpha v_2}{2b_{11}} - \frac{b_{12} + b_{21}}{2b_{11}} x_2 \qquad (X_{1.2}^{++}) \quad .$$

Im x_1/x_2-Koordinatensystem (Abb. 7.8) wird die erlösmaximale Absatzmengenlinie gegenüber der kostenlosen Vernichtung (Abb. 7.6) um $\frac{v_2}{b_{12}+b_{21}}$ verschoben. Die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie verschiebt sich um $\frac{-\alpha v_2}{2b_{11}}$.

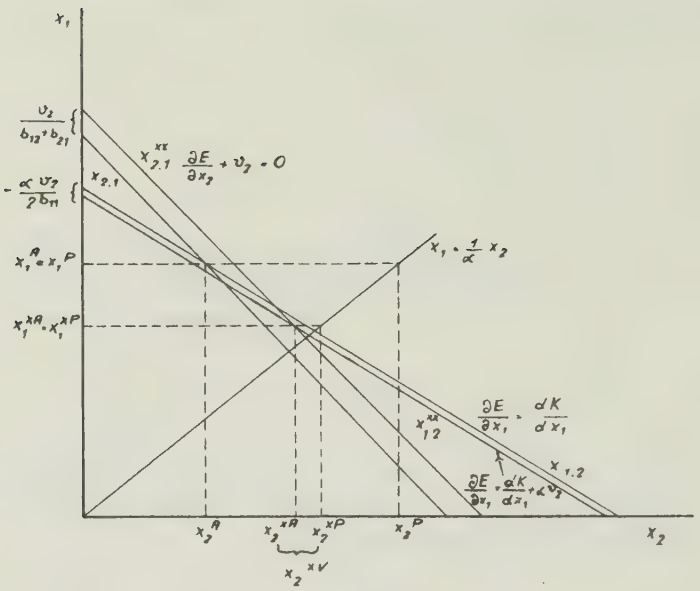


Abb. 7.8

Bei substitutivem Nachfrageverbund und konstanten Grenzvernichtungskosten für das Produkt 2 ergibt sich die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenkombination x_1^{+A}, x_2^{+A}. Durch die konstanten Grenzvernichtungskosten v_2 erhöht sich die erlösmaximale Absatzmenge des Gutes 2 gegenüber dem Fall bei kostenloser Vernichtung von x_2^A auf x_2^{+A}. Eine Erhöhung der Absatzmenge des Gutes 2 reduziert bei substitutivem Nachfrageverbund die Produktions- und Absatzmenge des Gutes 1 auf $x_1^{+A} = x_1^{+P}$. Bei dieser gewinnmaximalen Absatzmenge x_1^{+A} ist bei starrer Produktionskopplung die Produktionsmenge des Gutes x_2 zwangsweise x_2^{+P}. Es ist die Produktionsmenge $x_2^{+V} = x_2^{+P} - x_2^{+A}$ zu vernichten.

Bei komplementärem Nachfrageverbund und der Annahme der Vernichtung einer Teilmenge des Gutes 2 ergibt sich unter Berücksichtigung von konstanten Grenzvernichtungskosten die erlösmaximale Absatzmengenlinie

(7.36) $$x_1 = \frac{-a_2 - v_2}{b_{12}+b_{21}} + \frac{2b_{22}}{b_{12}+b_{21}} x_2 \qquad (X^{++}_{2.1})$$

und die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie des Gutes 1

(7.37) $$x_1 = \frac{a_1-c_1-\alpha v_2}{2b_{11}} + \frac{b_{12}+b_{21}}{2b_{11}} x_2 \qquad (X^{++}_{1.2}) \; .$$

Die Berücksichtigung von Grenzvernichtungskosten verschiebt die erlösmaximale Absatzmengenlinie $X_{2.1}$ (Abb. 7.7) um $-\frac{v_2}{b_{12}+b_{21}}$ nach $X^{++}_{2.1}$ (Abb. 7.9) und die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie $X_{1.2}$ um $-\frac{\alpha v_2}{2b_{11}}$ nach $X^{++}_{1.2}$.

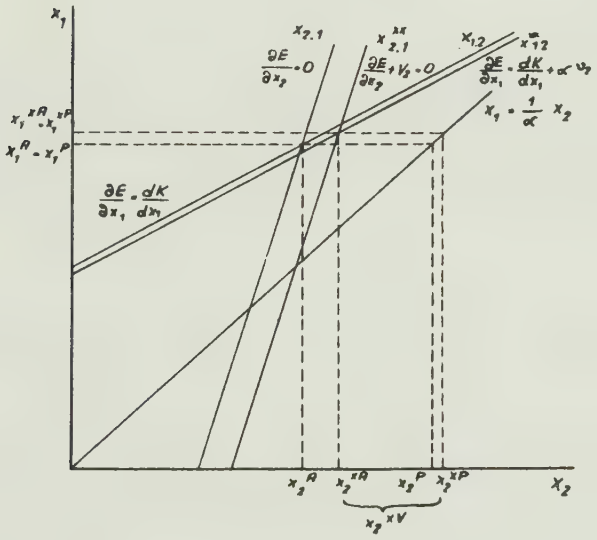


Abb. 7.9

Bei komplementärem Nachfrageverbund und konstanten Grenzvernichtungskosten für das Produkt 2 ergibt sich die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenkombination

x_1^{+A}, x_2^{+A} (Abb. 7.9). Falls $2b_{11}-\alpha(b_{12}+b_{21})$ und $4b_{11}b_{22} - (b_{12}+b_{21})^2$ die gleichen Vorzeichen haben, erhöht sich die erlösmaximale Absatzmenge des Gutes 2 gegenüber dem Fall der kostenlosen Vernichtung von x_2^A auf x_2^{+A}. Über die komplementäre Verbundwirkung der Nachfrage steigt - unter der Bedingung, daß $(b_{12}+b_{21}) - 2\alpha b_{22}$ und $4b_{11}b_{22} - (b_{12}+b_{21})^2$ die gleichen Vorzeichen haben - damit gleichzeitig die gewinnmaximale Produktions- und Absatzmenge des Gutes 1 von x_1^A auf $x_1^{+A} = x_1^{+P}$. Bei dieser Produktionsmenge ergibt sich eine Erhöhung der Produktionsmenge des Gutes 2 auf x_2^{+P}. Um die Absatzmengenkombination x_1^{+A}, x_2^{+A} zu erreichen, ist die Produktionsmenge $x_2^{+V} = x_2^{+P} - x_2^{+A}$ zu vernichten.

Zu dieser gewinnmaximalen Absatzmengenkombination lassen sich über die zugehörigen Preis-Absatz-Funktionen die gewinnmaximalen Absatzpreise bei substitutivem und komplementärem Nachfrageverbund ermitteln.

8. Kapitel: Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise bei Kuppelproduktion mit elastischer Kopplung und verbundener Nachfrage

I Konkurrierender Kostenverbund und verbundene Nachfrage

1 Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei konkurrierendem Kostenverbund und substitutiven Nachfragebeziehungen

Der Gesamtgewinn

$$G = \sum_{i=1}^{n} p_i(x_1,\ldots,x_n)x_i - K(x_1,\ldots,x_n) \tag{2.48}$$

nachfragemäßig und kostenmäßig elastisch verbundener Produkte ist dann maximiert, wenn die partiellen Grenzgewinne $\frac{\delta G}{\delta x_i} = 0$ sind. Die gewinnmaximale Absatzmengen- und Absatzpreiskombination liegt somit bei der Bedingung

$$\frac{\delta G}{\delta x_i} = \frac{\delta E}{\delta x_i} - \frac{\delta K}{\delta x_i} = 0 \quad , \tag{8.1}$$

d.h. bei der Gleichheit von partiellen Grenzerlösen der einzelnen Produkte mit den zugehörigen partiellen Grenzkosten, vor.

Im Zweiproduktfall ist bei substitutivem Nachfrageverbund der partielle Grenzerlös des jeweiligen Gutes

$$\frac{\delta E}{\delta x_1} = a_1 - 2b_{11}x_1 - (b_{12}+b_{21})x_2 \quad \text{und} \tag{8.2}$$

$$\frac{\delta E}{\delta x_2} = a_2 - 2b_{22}x_2 - (b_{12}+b_{21})x_1 \quad . \tag{8.3}$$

Die partiellen Grenzkosten bei konkurrierendem Kostenverbund sind entsprechend

(8.4) $$\frac{\delta K}{\delta x_1} = c_1 + 2c_3x_1 + c_5x_2 \quad \text{und}$$

(8.5) $$\frac{\delta K}{\delta x_2} = c_2 + 2c_4x_2 + c_5x_1 \quad .$$

Da bei Kostenverbundenheit eine Zurechnung der Kosten zu den einzelnen Produkten unmöglich ist, lassen sich für die einzelnen Produkte keine Gewinnisoquanten darstellen.

Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzmengen- und Absatzpreiskombinationen bei substitutiver oder komplementärer Nachfrage und konkurrierender Kostenverbundenheit erfolgt aber im Prinzip wie im Fall der verbundenen Nachfrage ohne Kostenverbund.

Im Gesamtgewinnmaximum müssen daher die folgenden Bedingungen erfüllt sein:

(8.6) $$\frac{\delta E}{\delta x_1} = a_1 - 2b_{11}x_1 - (b_{12}+b_{21})x_2 = c_1 + 2c_3x_1 + c_5x_2 = \frac{\delta K}{\delta x_1}$$

und

(8.7) $$\frac{\delta E}{\delta x_2} = a_2 - 2b_{22}x_2 - (b_{12}+b_{21})x_1 = c_2 + 2c_4x_2 + c_5x_1 = \frac{\delta K}{\delta x_2} \quad .$$

Für alternative Absatz- und Produktionsmengen des Gutes 2 (1) ergibt sich jeweils eine andere partielle Grenzerlös- und Grenzkostenkurve des Gutes 2 (1). Betrachtet man eine einem beliebigen x_2 entsprechende Grenzerlös- und Grenzkostenkurve des Gutes 1, so ergibt der Schnittpunkt dieser beiden Funktionen die gewinnmaximale Absatzmenge des Gutes 1 bei vorgegebener Absatzmenge x_2. Für alternative Absatzmengen des Gutes 2 erhält man somit eine gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie $X_{1.2}$.

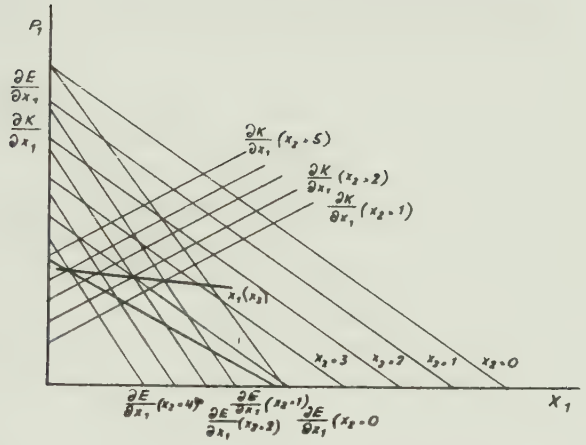


Abb. 8.1

Diese gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie des Gutes 1 für alternative Absatzmengen des Gutes 2 ist

$$x_1 = \frac{a_1 - c_1}{2(b_{11}+c_3)} - \frac{b_{12} + b_{21} + c_5}{2(b_{11}+c_3)} x_2 \qquad (X_{1.2}) \quad . \tag{8.8}$$

Entsprechend ist die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenlinie des Gutes 2 für alternative x_1

$$x_1 = \frac{a_2 - c_2}{b_{12}+b_{21}+c_5} - \frac{2(b_{22} + c_4)}{b_{12}+b_{21}+c_5} x_2 \qquad (X_{2.1}) \quad . \tag{8.9}$$

Da die Güter kostenmäßig und nachfragemäßig miteinander konkurrieren, sie also gewinnmäßig gleichgerichtet sind, sinkt mit steigendem $x_2(x_1)$ die gesamtgewinnmaximale Absatzmenge x_1 (x_2).

Der Schnittpunkt dieser beiden gesamtgewinnmaximalen Absatzmengenlinien ergibt die gesamtgewinnmaximale

Absatzmengenkombination. Die gesamtgewinnmaximale Absatzmengenkombination verringert sich dabei mit zunehmender Stärke des substitutiven Nachfrageverbundes und des konkurrierenden Kostenverbundes.

Jeder Absatzmengenkombination der gesamtgewinnmaximalen Absatzmengenlinien $X_{1.2}$ und $X_{2.1}$ läßt sich über die Preis-Absatz-Funktionen eine gesamtgewinnmaximale Absatzpreislinie zuordnen, indem man für jede Absatzmengenkombination x_1, x_2 der Absatzmengenlinie $X_{2.1}$ ($X_{1.2}$) die zugehörigen Absatzpreise bestimmt.[1] Der Schnittpunkt dieser Absatzpreislinien $P_{1.2}$ und $P_{2.1}$ ergibt die gesamtgewinnmaximale Absatzpreiskombination (Abb. 8.2).

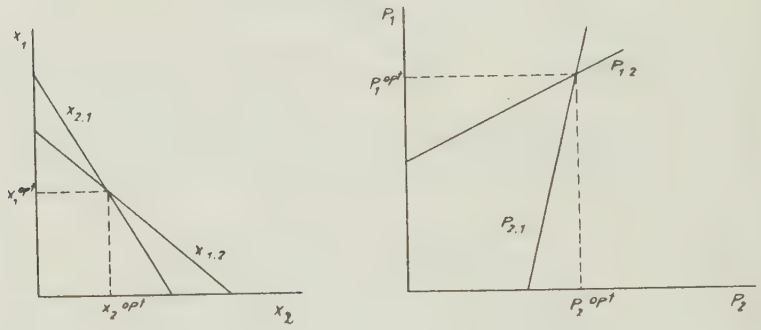


Abb. 8.2

2 Die gewinnmaximalen Absatzpreise bei konkurrierendem Kostenverbund und komplementären Nachfragebeziehungen

Bei komplementärem Nachfrageverbund ist der partielle Grenzerlös des jeweiligen Gutes

$$\frac{\delta E}{\delta x_1} = a_1 - 2b_{11}x_1 + (b_{12}+b_{21})x_2 \quad \text{und} \tag{8.10}$$

1 Vgl. die Transformation der Absatzmengenlinien in Absatzpreislinien auf S. 138f.

(8.11) $$\frac{\delta E}{\delta x_2} = a_2 - 2b_{22}x_2 + (b_{12}+b_{22})x_1 \quad .$$

Die partiellen Grenzkosten bei konkurrierendem Kostenverbund sind

(8.12) $$\frac{\delta K}{\delta x_1} = c_1 + 2c_3x_1 + c_5x_2 \quad \text{und}$$

(8.13) $$\frac{\delta K}{\delta x_2} = c_2 + 2c_4x_2 + c_5x_1 \quad .$$

Im Gesamtgewinnmaximum müssen die Bedingungen

(8.14) $$\frac{\delta E}{\delta x_1} = a_1 - 2b_{11}x_1 + (b_{12}+b_{21})x_2 = c_1 + 2c_3x_1 + c_5x_2 = \frac{\delta K}{\delta x_1} \quad \text{und}$$

(8.15) $$\frac{\delta E}{\delta x_2} = a_2 - 2b_{22}x_2 + (b_{12}+b_{21})x_1 = c_2 + 2c_4x_2 + c_5x_1 = \frac{\delta K}{\delta x_2}$$

erfüllt sein.

Für alternative Absatzmengen des Gutes 2 (1) ergeben sich somit die gewinnmaximalen Absatzmengenlinien:

(8.16) $$x_1 = \frac{a_1 - c_1}{2(b_{11}+c_3)} - \frac{c_5 - b_{12} - b_{21}}{2(b_{11}+c_3)}\, x_2 \qquad (X_{1.2})$$

und

(8.17) $$x_1 = \frac{a_2 - c_2}{c_5 - b_{12} - b_{21}} - \frac{2(b_{22}+c_4)}{c_5 - b_{12} - b_{21}}\, x_2 \qquad (X_{2.1}) \quad .$$

Die kostenmäßigen und absatzmäßigen Beziehungen sind gewinnmäßig nicht gleichgerichtet. Überwiegt der konkurrierende Kostenverbund den komplementären Nachfrageverbund, d.h. ist $c_5 - b_{12} - b_{21} > 0$, so sinkt mit steigender Absatzmenge x_2 (x_1) die gesamtgewinnmaximale Absatzmenge x_1 (x_2). Die Güter sind gewinnmäßig substitutional.

Ist hingegen der komplementäre Nachfrageverbund stärker als der konkurrierende Kostenverbund, d.h. ist $c_5 - b_{12} - b_{21} < 0$, so führt eine Steigerung der Absatzmenge des Gutes 2 (1) zu einer Erhöhung der gesamtgewinnmaximalen Absatzmenge des Gutes 1 (2). Die Güter sind gewinnmäßig komplementär.

Der Schnittpunkt dieser gesamtgewinnmaximalen Absatzmengenlinien und der zugehörigen Absatzpreislinien ergibt die gewinnmaximale Absatzmengen- und Absatzpreiskombination. Die gewinnmäßig substitutionalen und komplementären Absatzmengen und Absatzpreiskombinationen sind in der folgenden Abbildung 8.3 dargestellt.

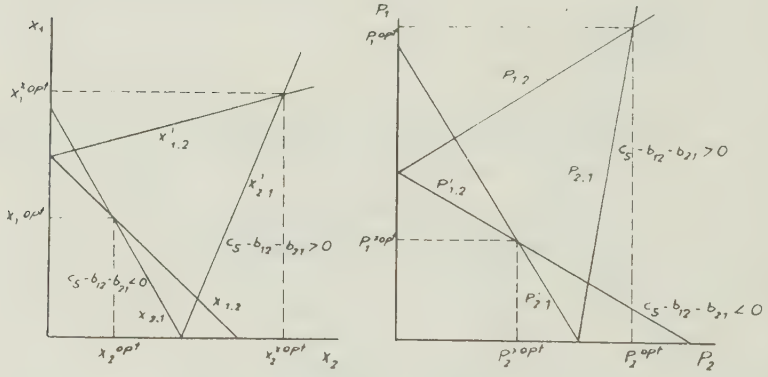


Abb. 8.3

II Komplementärer Kostenverbund und verbundene Nachfrage

1 Die gewinnmaximalen Absatzpreise unter der Annahme des Absatzzwanges aller produzierten Güter

Bei komplementärer Kostenverbundenheit und verbundener Nachfrage sowie der zusätzlichen Annahme, daß die produzierten Güter auch abgesetzt werden müssen, lassen sich die gewinnmaximale Absatzmenge und Absatzkombination der Produkte mit Hilfe des Optimalitätskriteriums

$$\frac{\delta E}{\delta x_i} = \frac{\delta K}{\delta x_i} \quad (i=1,2) \tag{8.1}$$

bestimmen.

Bei substitutiver Nachfrage- und komplementärer Kostenverbundenheit ist der partielle Grenzgewinn

$$\frac{\delta G}{\delta x_1} = \frac{\delta E}{\delta x_1} - \frac{\delta K}{\delta x_1} = a_1 - 2b_{11}x_1 - (b_{12}+b_{21})x_2 - c_1 - 2c_3x_1 + c_5x_2 = 0 \quad \text{und} \tag{8.18}$$

$$\frac{\delta G}{\delta x_2} = \frac{\delta E}{\delta x_2} - \frac{\delta K}{\delta x_2} = a_2 - 2b_{22}x_2 - (b_{12}+b_{21})x_1 - c_2 - 2c_4x_2 + c_5x_1 = 0 \; . \tag{8.19}$$

Hieraus ergeben sich die gewinnmaximalen Absatzmengenlinien des Gutes 1 (2) bei vorgegebener Absatzmenge des Gutes 2 (1)

$$x_1 = \frac{a_1 - c_1}{2(b_{11}+c_3)} - \frac{b_{12} + b_{21} - c_5}{2(b_{11}+c_3)}\, x_2 \qquad (X_{1.2}) \tag{8.20}$$

(8.21) $$x_1 = \frac{a_2 - c_2}{b_{12}+b_{21}-c_5} - \frac{2(b_{22}+c_4)}{b_{12}+b_{21}-c_5} x_2 \qquad (X_{2.1}) \quad .$$

Wie im Fall des konkurrierenden Kosten- und des komplementären Nachfrageverbundes sind die kostenmäßigen und absatzmäßigen Beziehungen gewinnmäßig nicht gleichgerichtet. Überwiegt der komplementäre Kostenverbund den substitutiven Nachfrageverbund, d.h., ist $b_{12}+b_{21}-c_5 < 0$, so steigt mit steigender Absatzmenge des Gutes 2 (1) die gesamtgewinnmaximale Absatzmenge des Gutes 1 (2). Da die Güter gewinnmäßig komplementär sind, entspricht der Verlauf der gewinnmaximalen Absatzmengen- und Absatzpreislinien formal dem bei konkurrierendem Kostenverbund und komplementärer Nachfrageverbundenheit bei der Bedingung $c_5-b_{12}-b_{21} < 0$ (vgl. Abb. 8.3).

Ist hingegen der komplementäre Kostenverbund geringer als der substitutive Nachfrageverbund, ist $b_{12}+b_{21}-c_5 > 0$, so sind die Güter gewinnmäßig substitutional. Der Verlauf der gewinnmaximalen Absatzmengen- und Absatzpreislinien entspricht formal dem bei konkurrierender Kostenverbundenheit und komplementärem Nachfrageverbund bei der Bedingung $c_5-b_{12}-b_{21} > 0$ (vgl. Abb. 8.3).

Bei komplementärem Kosten- und komplementärem Nachfrageverbund ist der partielle Grenzgewinn

(8.22) $$\frac{\delta G}{\delta x_1} = \frac{\delta E}{\delta x_1} - \frac{\delta K}{\delta x_1} = a_1-2b_{11}x_1+(b_{12}+b_{21})x_2 - c_1-2c_3x_1+c_5x_2 = 0 \quad \text{und}$$

(8.23) $$\frac{\delta G}{\delta x_2} = \frac{\delta E}{\delta x_2} - \frac{\delta K}{\delta x_2} = a_2-2b_{22}x_2+(b_{12}+b_{21})x_1 - c_2-2c_4x_2+c_5x_1 = 0 \quad .$$

Die gewinnmaximalen Absatzmengenlinien sind dann

$$(8.24) \qquad x_1 = \frac{a_1 - c_1}{2(b_{11}+c_3)} + \frac{b_{12} + b_{21} + c_5}{2(b_{11}+c_3)} x_2 \qquad (X_{1.2})$$

$$(8.25) \qquad x_1 = - \frac{a_2 - c_2}{b_{12}+b_{21}+c_5} + \frac{2(b_{22}+c_4)}{b_{12}+b_{21}+c_5} x_2 \qquad (X_{2.1}) \; .$$

Die Güter sind kosten- und nachfragemäßig komplementär und somit gewinnmäßig komplementär. Mit zunehmendem x_2 (x_1) steigt die gesamtgewinnmaximale Absatzmenge x_1 (x_2).

Bei kosten- und nachfragemäßig komplementärem Verbund ergeben sich aus den Schnittpunkten der gesamtgewinnmaximalen Absatzmengenlinien und aus denen der entsprechenden Absatzpreislinien die Absatzmengenkombination x_1^{opt} und x_2^{opt} und die Absatzpreiskombination p_1^{opt}, p_2^{opt}.

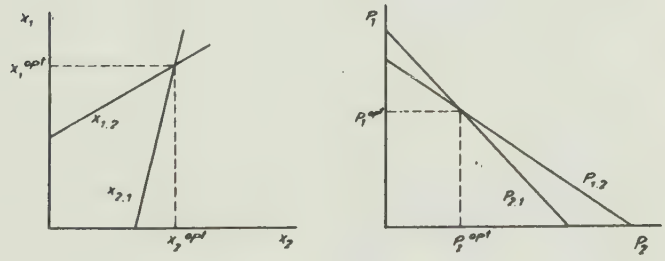


Abb. 8.4

Bei komplementärer Nachfrageverbundenheit und bei Kostenverbund, besonders im Falle des komplementären Kostenverbundes, kann eine sog. Zugartikelwirkung auftreten. Formal entspricht diese Situation der des Zugartikels im Falle von Nachfragekomplementarität ohne Kostenverbundenheit. Es ist

(2.52b) $$\frac{\delta G}{\delta x_1} = p_1(x_1,x_2) + x_1\frac{\delta p_1}{\delta x_1} + x_2\frac{\delta p_2}{\delta x_1} - \frac{\delta K}{\delta x_1} = 0 \quad .$$

Unter Verwendung der sog. "Gewinnspanne"

(8.26) $$g_1 = p_1(x_1,x_2) - \frac{\delta K}{\delta x_1}$$

ist

(8.27) $$g_1 = -\left(x_1\frac{\delta p_1}{\delta x_1} + x_2\frac{\delta p_2}{\delta x_1}\right) \quad .$$

Dabei impliziert die Nachfragekomplementarität nicht eine negative "Gewinnspanne". Ist aber die "Gewinnspanne" negativ, so liegt ein komplementärer Nachfrageverbund vor. Der optimale Absatzpreis ist dann geringer als die partiellen Grenzkosten.

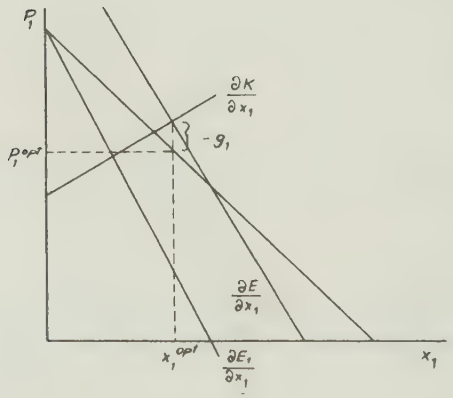


Abb. 8.5

Dieses Ergebnis entspricht formal dem bei der herkömmlichen Definition des Zugartikels. Doch werden bei Kostenverbundenheit dem Absatzpreis die partiellen Grenzkosten gegenübergestellt.

2 Die gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise bei komplementärem Kostenverbund und verbundener Nachfrage unter der Annahme der kostenlosen Vernichtung von Teilmengen eines Produktes

a Das Optimalitätskriterium bei kostenlosen Vernichtungsmöglichkeiten von Teilmengen eines Produktes

Bei der Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise bei komplementärem Kostenverbund und verbundener Nachfrage gilt das Optimalitätskriterium der Gleichheit von partiellem Grenzerlös und partiellen Grenzkosten nur unter der, von der Literatur nicht erwähnten, Annahme, daß die Grenzerlöse aller Produkte im so ermittelten Optimum positiv bzw. die negativen Grenzerlöse kleiner als die evtl. anfallenden Grenzvernichtungskosten sind oder daß für die bei elastischer Kopplung erstellten Produkte keine Vernichtungsmöglichkeiten gegeben sind. Um für den Fall der negativen partiellen Grenzerlöse und Grenzkosten zu Aussagen zu gelangen, ist ein speziell hierauf abstellendes Optimalitätskriterium abzuleiten.

Ergeben sich bei der Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzmengen bei komplementärem Kostenverbund und verbundener Nachfrage ohne Beachtung von Vernichtungsmöglichkeiten, also mit Hilfe des Optimalitätskriteriums $\frac{\delta E}{\delta x_i} = \frac{\delta K}{\delta x_i}$, für eine dieser so bestimmten Absatzmengen (z.B. x_2) negative partielle Grenzkosten und damit negative partielle Grenzerlöse, so läßt sich offensichtlich der Gesamtgewinn erhöhen, indem die Produktionsmenge x_2 gesteigert wird. Die Gesamtkostenfunktion bei komplementärem Kostenverbund $K = c_o+c_1x_1+c_2x_2+c_3x_1^2+c_4x_2^2-c_5x_1x_2$ sinkt für alternative Produktionsmengen x_2 und einer konstanten Produktionsmenge des Gutes 1 bis zu einem Kostenminimum,

um dann wieder zu steigen.[1] Eine Steigerung der Produktionsmenge x_2 bis zum Schnittpunkt der partiellen Grenzkosten mit der Abszisse, d.h. bis zum Gesamtkostenminimum der Kostenfunktion $K(\bar{x}_1.x_2)$, führt bei komplementärem Kostenverbund zu einer Gesamtkostenersparnis.

Gleichzeitig läßt sich eine Erlössteigerung dadurch erzielen, daß von dem Gut mit ursprünglich negativem partiellem Grenzerlös nur die Menge abgesetzt wird, bei der der partielle Grenzerlös Null ist. Dies impliziert indes über die Nachfrageverwandtschaft der Güter eine Veränderung der Absatz- und Produktionsmengen des anderen Gutes.

Für alternative Produktions- und Absatzmengen des Gutes 1 kann der Gesamtgewinn über die Kostenersparnis bei komplementärer Kostenverbundwirkung dadurch erhöht werden, daß für diese Produktions- und Absatzmengen jeweils die gesamtkostenminimale Produktionsmenge des Gutes 2 erzeugt wird. Die Produktion erfolgt entlang der Kurve der Gesamtkostenminima K_{min} (vgl. Abb. 8.6).[2]

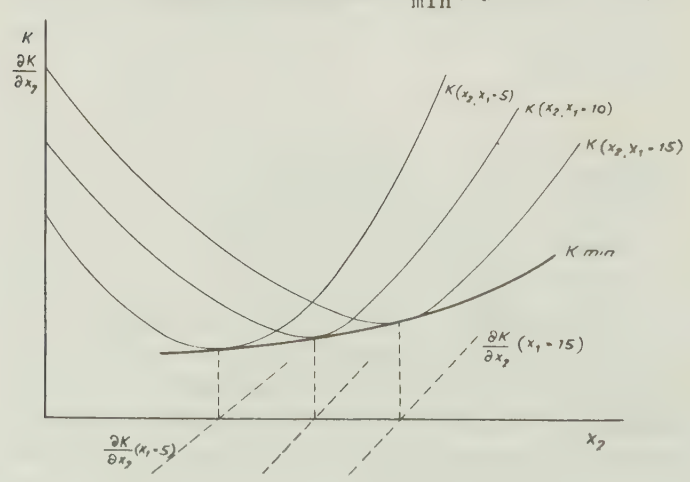


Abb. 8.6

1 Zur Ableitung der hier unterstellten Gesamtkostenfunktion und der sich daraus ergebenden partiellen Grenzkostenfunktion des Gutes 2 $\frac{\delta K}{\delta x_1} = c_2+2c_4x_2-c_5x_1$ vgl. S. 204ff.

2 Zum Verlauf der Schar der Gesamtkostenkurven und zur Lage ihrer Minima vgl. S. 205f.

Die kostenminimale Produktionsmenge des Gutes 2 ist für vorgegebene Produktions- und Absatzmengen des Gutes 1 dann erreicht, wenn die partiellen Grenzkosten in bezug auf das Gut 2 Null sind, wenn gilt:

$$\frac{\delta K}{\delta x_2} = c_2 + 2c_4 x_2 - c_5 \bar{x}_1 = 0 \quad . \tag{8.28}$$

Daraus erhält man für alternative Absatz- und Produktionsmengen des Gutes 1 die kostenminimale Produktionsmenge des Gutes 2

$$x_2^p = -\frac{c_2}{2c_4} + \frac{c_5}{2c_4} x_1 \quad . \tag{8.29}$$

Wegen der Interdependenz der Nachfragebeziehungen sind nun die Absatzmengen der beiden Güter simultan zu bestimmen. Von dem Gut 2, das bei der Optimumbestimmung ohne Beachtung von Vernichtungsmöglichkeiten negative partielle Grenzerlöse aufwies, wird nun nur derjenige Teil der Produktionsmenge abgesetzt, bei dem der partielle Grenzerlös $\frac{\delta E}{\delta x_2}$ Null wird. Durch diese Erlösersparnis wird somit der Gesamtgewinn gesteigert. Dem partiellen Grenzerlös des Gutes 1 sind die Grenzkosten der Produktion entsprechend der Kurve der minimalen Gesamtkosten gegenüberzustellen.

Zusammengefaßt: Bei komplementärem Kostenverbund und Nachfrageverwandtschaft ist bei Vorliegen negativer partieller Grenzkosten für das Gut i das Optimalitätskriterium der Gleichheit der partiellen Grenzerlöse und partiellen Grenzkosten eines Gutes durch ein Optimalitätskriterium für die gesamtkostenminimale Produktion und durch ein dieses Ergebnis berücksichtigendes Optimalitätskriterium für die gewinnmaximalen Absatzmengen zu ersetzen.

Die gesamtkostenminimale Produktion der beiden Güter ist erreicht, wenn

$$\frac{\delta K}{\delta x_i} = 0 \quad \text{gilt.} \tag{8.30}$$

Hieraus folgt die kostenminimale Produktionsmenge des Gutes i für alternative Produktions- und Absatzmengen des Gutes j:

(8.31) $$x_i^P = x_i^P(x_j^A) \quad .$$

Es sei hierbei die produzierte Menge des Gutes j gleich der abgesetzten Menge.

Die gewinnmaximalen Absatzmengen der beiden Güter ergeben sich aus

(8.32) $$\frac{\delta E}{\delta x_i^A} = 0 \quad \text{und}$$

(8.33) $$\frac{\delta E}{\delta x_j^A} = \frac{dK(x_j^A, x_i^P(x_j^A))}{dx_j^A} \quad .$$

Die Differenz zwischen der produzierten und der abgesetzten Menge des Gutes j, d.h. $x_j^P - x_j^A = x_j^V$, ist zu vernichten.

b Die gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise bei komplementärem Kostenverbund und komplementären Nachfragebeziehungen

Bei komplementärem Kostenverbund erhält man, unter der Annahme, daß eine Teilmenge von x_2 zu vernichten ist, aus dem Kriterium

(8.34) $$\frac{\delta K}{\delta x_2} = c_2 + 2c_4 x_2 - c_5 x_1 = 0$$

die kostenminimale Produktionsmenge x_2^P für alternative Absatz- und Produktionsmengen x_1

(8.29) $$x_2^P = -\frac{c_2}{2c_4} + \frac{c_5}{2c_4} x_1^A \quad .$$

Der partielle Grenzerlös des Produktes 1 ist den Grenzkosten der kostenminimalen Gesamtkostenfunktion

(8.35) $$K_{min} = c_o + c_1 x_1 + c_2 x_2^P + c_3 x_1^2 + c_4 (x_2^P)^2 - c_5 x_1 x_2^P$$

$$= c_o - \frac{c_2^2}{4c_4} + (c_1 + \frac{c_2 c_5}{2c_4}) x_1 + (c_3 - \frac{c_5^2}{4c_4}) x_1^2$$

gegenüberzustellen.

Es ist somit

(8.36) $$\frac{\delta E}{\delta x_1^A} = \frac{dK(x_1^A, x_2^P(x_1^A))}{d\, x_1}$$

$$= a_1 - 2b_{11} x_1^A + (b_{12} + b_{21}) x_2^A$$

$$= c_1 + \frac{c_2 c_5}{2c_4} + 2(c_3 - \frac{c_5^2}{4c_4}) x_1^A \quad .$$

Ferner ist

(8.37) $$\frac{\delta E}{\delta x_2^A} = a_2 - 2b_{22} x_2^A + (b_{12} + b_{21}) x_1^A = 0 \quad .$$

Die gesamtgewinnmaximale Absatzmenge x_1^A in Abhängigkeit von x_2^A lautet somit

(8.38) $$x_1^A = \frac{a_1 - c_1 - \frac{c_2 c_5}{2c_4}}{2(b_{11} + c_3 - \frac{c_5^2}{4c_4})} + \frac{b_{12} + b_{21}}{2(b_{11} + c_3 - \frac{c_5^2}{4c_4})} x_2^A \qquad (X_{1.2}) \quad .$$

Für die erlösmaximale Absatzmenge x_2^A ergibt sich in Abhängigkeit von alternativen x_1^A

(8.39) $$x_1^A = \frac{-a_2}{b_{12} + b_{21}} + \frac{2b_{22}}{b_{12} + b_{21}} x_2^A \qquad (X_{2.1}) \quad .$$

Die gewinnmaximale Absatzmengenlinie $X_{1.2}$, die erlösmaximale Absatzmengenlinie $X_{2.1}$ und die kostenminimale Produktionsmengenlinie $x_2^P(x_1)$ lassen sich in einem x_1/x_2-Koordinatensystem darstellen (Abb. 8.7).

Der Schnittpunkt dieser erlösmaximalen Absatzmengenlinie $X_{2.1}$ mit der gewinnmaximalen Absatzmengenlinie $X_{1.2}$ ergibt die gewinnmaximale Absatzmengenkombination x_1^{Aopt}, x_2^{Aopt}. Um diese Absatzmengenkombination zu erreichen, sind die Produktionsmengen x_1^{Popt} und x_2^{Popt} zu erzeugen. Die Menge $x_2^{Popt} - x_2^{Aopt}$ ist zu vernichten.

Bestimmt man mit Hilfe des Optimalitätskriteriums $\frac{\delta E}{\delta x_i} = \frac{\delta K}{\delta x_i}$ die gewinnmaximalen Absatzmengenlinien

$$x_1 = \frac{a_1 - c_1}{2(b_{11}+c_3)} + \frac{b_{12} + b_{21} + c_5}{2(b_{11}+c_3)} x_2 \qquad (X_{1.2}^+) \tag{8.40}$$

und

$$x_1 = - \frac{a_2 - c_2}{b_{12}+b_{21}+c_5} + \frac{2(b_{22}+c_4)}{b_{12}+b_{21}+c_5} x_2 \qquad (X_{2.1}^+) \tag{8.41}$$

so erhält man die Absatzmengen x_1^+ und x_2^+. Ein Vergleich der optimalen Absatzmengen bei dem jeweiligen Optimalitätskriterium zeigt, daß, bedingt durch den komplementären Absatz- und Kostenverbund, i.d.R. $x_1^+ < x_1^{Aopt}$ und $x_2^+ > x_2^{Aopt}$ ist.[1]

1 Es sei hier auf die genaue Ableitung der Bedingungen für den Eintritt dieses Sachverhaltes verzichtet, da nicht vorrangig die Veränderung der Absatzmengenkombination zu bestimmen ist, sondern die Möglichkeiten der Gewinnsteigerung durch Vernichtung der Teilmenge eines Produktes aufgezeigt werden sollen.

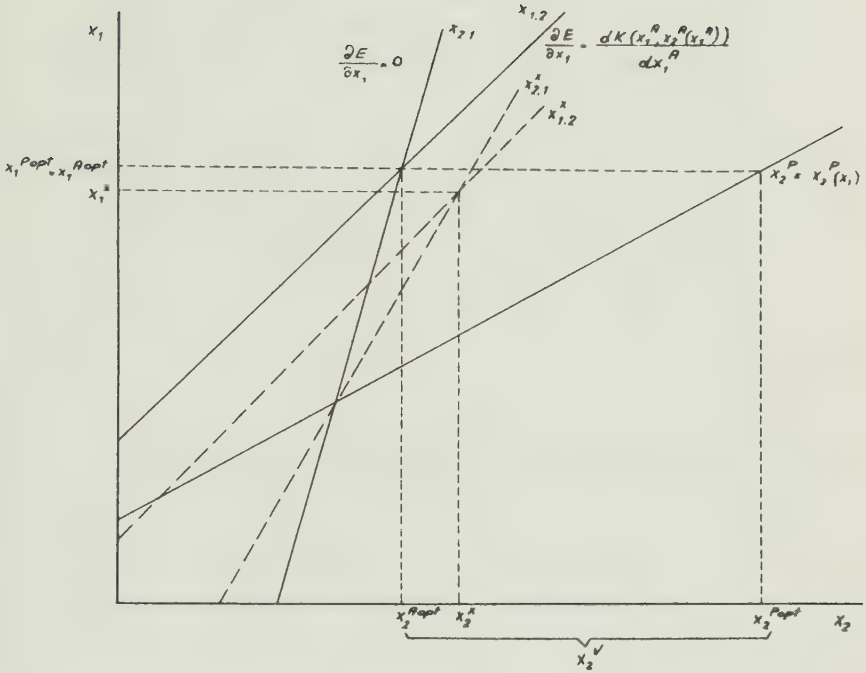


Abb. 8.7

Für die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise erhält man entsprechend der Transformation der Absatzmengenlinien in Absatzpreislinien folgende Darstellung

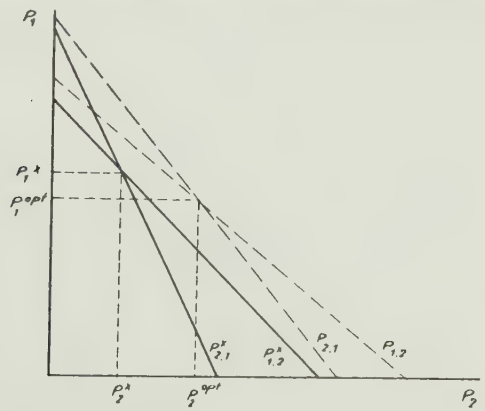


Abb. 8.8

Bei der Annahme einer kostenlosen Vernichtung von Teilmengen des Produktes 2 wird vom Gut 2 weniger abgesetzt als im Fall des Absatzzwanges aller produzierten Güter. Die Absatzmenge x_2 sinkt. Damit steigt der Preis des Gutes 2 von p_2^+ auf p_2^{opt}. Es ist dann $b_{22}(x_2^+ - x_2^{Aopt}) + b_{21}(x_1^{Aopt} - x_1^+) > 0$. Durch die Produktion entlang der kostenminimalen Gesamtkostenkurve erhöht sich die Absatzmenge des Gutes 1 von x_1^+ auf x_1^{Aopt}. Der Preis dieses Gutes sinkt von p_1^+ auf p_1^{opt}. Diese Preisveränderung ist bei

$b_{11}(x_1^+ - x_1^{Aopt}) + b_{12}(x_2^{Aopt} - x_2^+) < 0$ erfüllt.

c Die gewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise bei komplementärem Kostenverbund und substitutionalem Nachfrageverbund

Bei substitutionalem Nachfrageverbund und der Annahme der Vernichtungsmöglichkeit überschüssiger Mengen eines der Produkte (z.B. von 2) lautet das Optimalitätskriterium

(8.34) $$\frac{\delta K}{\delta x_2} = c_2 + 2c_4 x_2 - c_5 x_1 = 0 \quad \text{und}$$

(8.42) $$\frac{\delta E}{\delta x_1} = \frac{dK(x_1^A, x_2^P)}{dx_1}$$

$$= a_1 - 2b_{11}x_1^A - (b_{12}+b_{21})x_2^A$$

$$= c_1 + \frac{c_2 c_5}{2c_4} + 2(c_3 - \frac{c_5^2}{4c_4})x_1^A$$

(8.43) $$\frac{\delta E}{\delta x_2} = a_2 - 2b_{22}x_2^A - (b_{12}+b_{21})x_1^A = 0 \quad .$$

Hieraus ergibt sich die gewinnmaximale Absatzmengenlinie

$$x_1^A = \frac{a_1 - c_1 - \frac{c_2 c_5}{2c_4}}{2(b_{11}+c_3-\frac{c_5^2}{4c_4})} - \frac{b_{12}+b_{21}}{2(b_{11}+c_3-\frac{c_5^2}{4c_4})} x_2^A \qquad (X_{1.2}) \tag{8.44}$$

und die erlösmaximale Absatzmengenlinie

$$x_1^A = \frac{a_2}{b_{12}+b_{21}} - \frac{2b_{22}}{b_{12}+b_{21}} x_2^A \qquad (X_{2.1}) \tag{8.45}$$

.

Bei komplementärem Kostenverbund und substitutiven Nachfragebeziehungen und der Annahme von Vernichtungsmöglichkeiten sinkt mit zunehmender Absatzmenge x_2^A (x_1^A) die Absatzmenge x_1^A (x_2^A).

Im Gegensatz zum Fall ohne Vernichtungsmöglichkeiten, in dem der komplementäre Kostenverbund die substitutiven Nachfragebeziehungen überkompensieren kann, aber auch ein Überwiegen der substitutiven Nachfragebeziehungen möglich ist, sind bei Annahme der Vernichtungsmöglichkeit eines Gutes die Güter stets gewinnmäßig substitutional.

Ein Vergleich der Absatzmengenlinien bei Vernichtungsmöglichkeiten mit denen ohne Vernichtungsmöglichkeiten aber substitutionaler Gewinnwirkung, d.h. mit

$$x_1 = \frac{a_1 - c_1}{2(b_{11}+c_3)} - \frac{b_{12}+b_{21}-c_5}{2(b_{11}+c_3)} x_2 \qquad (X_{1.2}^+) \tag{8.20}$$

$$x_1 = \frac{a_2 - c_2}{b_{12}+b_{21}-c_5} - \frac{2(b_{22}+c_4)}{b_{12}+b_{21}-c_5} x_2 \qquad (X_{2.1}^+) \tag{8.21}$$

,

ergibt die Absatzmengenkombination x_1^A, x_2^A bzw. x_1^+, x_2^+ .

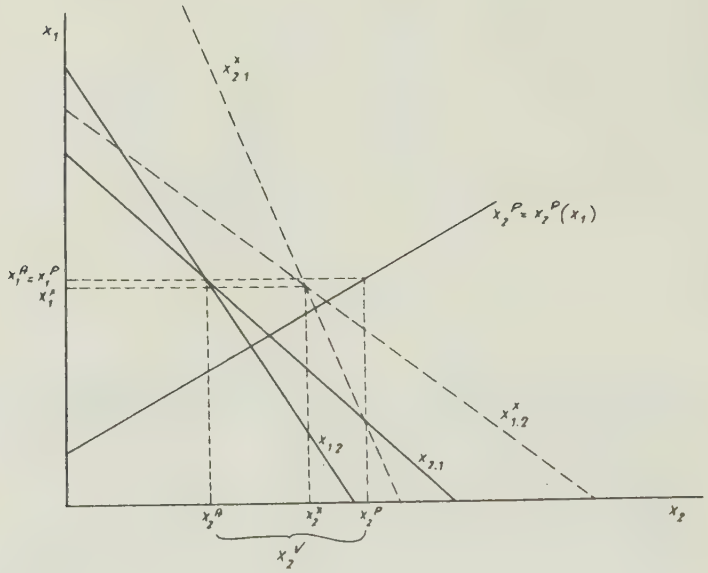


Abb. 8.9

Bei kostenloser Vernichtungsmöglichkeit einer Teilmenge kostenkomplementär verbundener Produkte (hier x_2^V) und substitutivem Nachfrageverbund ist die Absatzmenge x_2^A kleiner als x_2^+. Durch die Produktion im Kostenminimum kann trotz des substitutionalen Nachfrageverbundes die Absatzmenge x_1^A größer sein als die Absatzmenge x_1^+.

Vergleicht man die Preise bei der Absatzmengenkombination x_1^+, x_2^+ mit denen der Absatzmengenkombination x_1^A, x_2^A, so ist $\triangle p_1 \gtrless 0$, wenn $b_{11}(x_1^+ - x_1^A) + b_{12}(x_2^+ - x_2^A) \gtrless 0$ ist. Entsprechend ist die Preisänderung $\triangle p_2 \gtrless 0$, wenn $b_{22}(x_2^+ - x_2^A) + b_{21}(x_1^+ - x_1^A) \gtrless 0$ ist.

d Ein Zahlenbeispiel

Die Unterschiede zwischen den Absatzpreisen, Absatzmengen und den Gewinnen bei Verwendung des Optimalitätskriteriums $\frac{\delta E}{\delta x_i} = \frac{\delta K}{\delta x_i}$ und dem Optimalitätskriterium bei der Annahme von kostenlosen Vernichtungsmöglichkeiten sollen nun durch ein Beispiel gezeigt werden.

Die Preis-Absatz-Funktionen bei komplementärem Nachfrageverbund mögen

(8.46) $p_1 = 28{,}1 - x_1 + 0{,}5x_2$ und

(8.47) $p_2 = 10{,}1 + 0{,}5x_1 - 5{,}5x_2$

sein. Es ist unterstellt, daß das Gut 1 bessere Absatzmöglichkeiten als das Gut 2 hat. Für die Gesamtkostenfunktion bei komplementärem Kostenverbund

(8.48) $K = c_o + 0{,}1x_1 + 0{,}1x_2 + x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$

sei ein symmetrischer Verlauf unterstellt.

Die partiellen Grenzerlöse sind

(8.49) $\frac{\delta E}{\delta x_1} = 28{,}1 - 2x_1 + x_2$ und

(8.50) $\frac{\delta E}{\delta x_2} = 10{,}1 - 11x_2 + x_1$.

Die partiellen Grenzkosten sind

(8.51) $\frac{\delta K}{\delta x_1} = 0{,}1 + 2x_1 - x_2$ und

(8.52) $\frac{\delta K}{\delta x_2} = 0{,}1 + 2x_2 - x_1$.

Nach dem Optimalitätskriterium $\frac{\delta E}{\delta x_i} = \frac{\delta K}{\delta x_i}$ ist der Gewinn dann maximiert, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

(8.53) $28{,}1 - 2x_1 + x_2 = 0{,}1 + 2x_1 - x_2$ und

(8.54) $10{,}1 - 11x_2 + x_1 = 0{,}1 + 2x_2 - x_1$.

Man erhält aus diesen beiden Gleichungen die Absatz- und Produktionsmengen

(8.55) $x_1^+ = 8$

(8.56) $x_2^+ = 2$.

Die Absatzpreise bei diesen Absatzmengen sind

(8.57) $p_1^+ = 21{,}1$

(8.58) $p_2^+ = 3{,}1$.

Bei der Absatzmengenkombination $x_1^+ = 8$, $x_2^+ = 2$ ist der partielle Grenzerlös

(8.59) $\frac{\delta E}{\delta x_2} = \frac{\delta K}{\delta x_2} = -3{,}9$ und

(8.60) $\frac{\delta E}{\delta x_1} = \frac{\delta K}{\delta x_1} = 14{,}1$.

Die Gesamtkosten bei dieser Absatzmengenkombination sind

(8.61) $K^+ = c_o + 53$,

der Gesamterlös ist

(8.62) $E^+ = 21{,}1 \cdot 8 + 3{,}1 \cdot 2 = 175$.

Es ergibt sich als Gesamtgewinn

(8.63) $G^{+} = 122 - c_o$.

Bei einer Absatz- und Produktionsmenge von $x_1^{+} = 8$ führt eine Mehrproduktion von x_2 zu Kostenersparnissen. Für

(8.64) $\frac{\delta K}{\delta x_2} = 0{,}1 + 2x_2^{P} - x_1^{+} = 0$

ergibt sich die optimale Produktionsmenge $x_2^{P} = 3{,}95$. Die Gesamtkosten der Produktionsmengenkombination $x_1^{+} = 8$, $x_2^{P} = 3{,}95$ sind

(8.65) $K^{++} = c_o + 49{,}1975$.

Zusätzlich tritt eine Erlöserhöhung durch Vernichtung einer Teilmenge von x_2 ein. Die Preise der Güter 1 und 2 sind bei einer Absatzmenge von $x_1^{+} = 8$

(8.66) $p_1 = 20{,}1 + 0{,}5x_2$

(8.67) $p_2 = 14{,}1 - 5{,}5x_2$.

Damit lautet die Gesamterlösfunktion in Abhängigkeit von der Absatzmenge x_2

(8.68) $E^{++} = 160{,}8 + 18{,}1x_2 - 5{,}5x_2^2$.

Dieser Gesamterlös ist dann maximiert, wenn

(8.69) $\frac{\delta E^{++}}{\delta x_2} = 18{,}1 - 11x_2 = 0$

ist. Somit ergibt sich als optimale Absatzmenge $x_2^{++} = 1{,}6455$. Der Gesamterlös für die Absatzmenge $x_1 = 8$ und $x_2^{++} = 1{,}6455$ und der Vernichtungsmenge $x_2^{V} = 3{,}95\text{-}1{,}6455$ beträgt

(8.68a) $E^{++} = 175,6914$.

Damit ist der Optimalgewinn für $x_1 = 8$ unter der Annahme der Vernichtungsmöglichkeit von Teilmengen von x_2

(8.63a) $G^{++} = 175,6914 - 49,1975 - c_o$

$= 126,4939 - c_o$.

Es tritt insgesamt eine Gewinnsteigerung gegenüber dem Fall mit negativen partiellen Grenzerlösen und Grenzkosten von 4,4939 ein. Der Gesamtgewinn erhöht sich durch die Kosteneinsparung bei Mehrproduktion von x_2 um 3,8025 und durch den Erlöszuwachs bei der Vernichtung um 0,6914.

Nun ist in dieser Berechnung die Absatzmenge $x_1^+ = 8$ gegenüber dem Optimum in der Ausgangssituation nicht verändert worden. Eine Gewinnveränderung ist jedoch noch dadurch möglich, daß die Auswirkungen der Absatzmengenänderung x_2 auf die Absatzmengenänderung x_1 in die Überlegungen einbezogen werden. Dadurch ergeben sich wiederum andere Produktionsmengen.

Die Produktion im jeweiligen Kostenminimum der Schar der Gesamtkostenkurven führt zu der Produktionsbedingung

$$\frac{\delta K}{\delta x_2} = 0,1 + 2x_2^P - x_1 = 0 \quad \text{bzw.}$$

(8.64a) $x_2^P = 0,5x_1 - 0,05$.

Es ist nun $\frac{dK(x_1,x_2^P)}{dx_1} = 0,15 + 1,5x_1$. Unter Verwendung des Optimalitätskriteriums

(8.70) $$\frac{\delta E}{\delta x_1} = \frac{dK(x_1, x_2^P)}{dx_1}$$

$$= 28{,}1 - 2x_1 + x_2 = 0{,}15 + 1{,}5x_1 \quad \text{und}$$

(8.71) $$\frac{\delta E}{\delta x_2} = 10{,}1 - 11x_2 + x_1 = 0$$

erhält man die optimalen Absatzmengen

(8.72) $$x_2^{Aopt} = 1{,}688 \quad \text{und}$$

(8.73) $$x_1^{Aopt} = 8{,}468 \ .$$

Die optimalen Preise bei dieser Absatzmengenkombination sind

(8.74) $$p_1^{opt} = 20{,}476$$

(8.75) $$p_2^{opt} = 5{,}05 \ .$$

Damit ist der Gesamterlös E = 181,9152.

Die Gesamtkosten haben bei den Produktionsmengen $x_1^P = 8{,}468$ und $x_2^P = 0{,}5x_1^P - 0{,}05 = 4{,}184$ die Höhe

(8.76) $$K = c_o + 55{,}0480 \ .$$

Der maximale Gesamtgewinn ist somit

(8.77) $$G = 126{,}8672 - c_o \ .$$

Durch die Möglichkeit der Vernichtung und die dadurch bedingte Absatzmengenveränderung tritt somit gegenüber dem mit Hilfe des Kriteriums $\frac{\delta E}{\delta x_i} = \frac{\delta K}{\delta x_i}$ errechneten Gewinn eine Gewinnsteigerung in Höhe von 4,8672 auf.

3 Die Auswirkungen von variablen Vernichtungskosten auf die gewinnmaximale Absatzmengen- und Absatzpreiskombination

Es sei abschließend der Fall untersucht, bei dem bei kostenmäßig komplementär verbundenen Produkten eine Vernichtung von Teilmengen des Produkts 2 zu Vernichtungskosten in Höhe von v_2 je Mengeneinheit führt. Dabei seien hier die Auswirkungen der Vernichtungskosten nur bei Nachfragekomplementarität aufgezeigt.

Die Bestimmung der gesamtgewinnmaximalen Absatz- und Produktionsmengen der Produkte 1 und 2 hat entsprechend dem zweistufigen Optimalitätskriterium zu erfolgen.

Die Produktion im jeweiligen Kostenminimum der Schar der Gesamtkostenkurven führt zu der Produktionsbedingung:

(8.78) $$\frac{\delta K}{\delta x_2} = c_2 + 2c_4 x_2 - c_5 x_1 + v_2 = 0 \quad \text{bzw.}$$

(8.79) $$x_2^P = -\frac{c_2 + v_2}{2c_4} + \frac{c_5}{2c_4} x_1 \quad .$$

Für die Bestimmung der optimalen Absatzmengen gilt bei Berücksichtigung von konstanten Grenzvernichtungskosten in Höhe von v_2:

(8.37a) $$\frac{\delta E}{\delta x_2^A} = -v_2$$

$$= a_2 - 2b_{22}x_2^A + (b_{12}+b_{21})x_1^A = -v_2 \quad \text{und}$$

(8.36a) $$\frac{\delta E}{\delta x_1^A} = \frac{dK(x_1^A, x_2^P(x_1^A))}{dx_1^A}$$

$$= c_1 + \frac{c_5(c_2+v_2)}{2c_4} + 2(c_3 - \frac{c_5^2}{4c_4})x_1^A$$

Für die erlösmaximale Absatzmenge x_2^A ergibt sich bei Berücksichtigung von Vernichtungskosten des Produktes 2 in Abhängigkeit von alternativen x_1^A:

$$x_1^A = -\frac{a_2 + v_2}{b_{12}+b_{21}} + \frac{2b_{22}}{b_{12}+b_{21}}\, x_2^A \qquad (X_{2.1}^{++}) \quad . \tag{8.80}$$

Die gewinnmaximale Absatzmenge x_1^A in Abhängigkeit von x_2^A lautet:

$$x_1^A = \frac{a_1 - c_1 - \frac{c_5(c_2+v_2)}{2c_4}}{2(b_{11}+c_3-\frac{c_5^2}{4c_4})} + \frac{b_{12} + b_{21}}{2(b_{11}+c_3-\frac{c_5^2}{4c_4})} x_2^A \quad (X_{1.2}^{++}). \tag{8.81}$$

Aus dem Schnittpunkt der erlösmaximalen Absatzmengenlinie (8.80) und der gewinnmaximalen Absatzmengenlinie (8.81) ergibt sich die Absatzmengenkombination:

$$x_1^{+Aopt} = \frac{(a_2+v_2)(b_{12}+b_{21})+2b_{22}(a_1-c_1-\frac{c_5(c_2+v_2)}{2c_4})}{-(b_{12}+b_{21})^2 + 4b_{22}(b_{11}+c_3-\frac{c_5^2}{4c_4})} \tag{8.82}$$

und

$$x_2^{+Aopt} = \frac{(b_{21}+b_{12})(a_1-c_1-\frac{c_5(c_2+v_2)}{2c_4})+2(a_2+v_2)(b_{11}+c_3-\frac{c_5^2}{4c_4})}{-(b_{12}+b_{21})^2 + 4b_{22}(b_{11}+c_3-\frac{c_5^2}{4c_4})} \tag{8.83}$$

Hieraus ergeben sich die optimalen Absatzpreise

$$p_1^{+opt} = a_1 - b_{11}x_1^{+Aopt} + b_{12}x_2^{+Aopt} \tag{8.84}$$

und

$$p_2^{+opt} = a_2 - b_{22}x_2^{+Aopt} + b_{21}x_1^{+Aopt} \quad . \tag{8.85}$$

Die Veränderung der Absatzmengen der beiden Produkte unter der Annahme konstanter Grenzvernichtungskosten für das Produkt 2 gegenüber den Fall ohne Vernichtungskosten seien jetzt mit Hilfe der Abb. 8.10 veranschaulicht. Zusätzlich soll ein Vergleich mit den gewinnmaximalen Absatzmengen im Fall ohne Berücksichtigung der Vernichtungsmöglichkeiten vorgenommen werden.

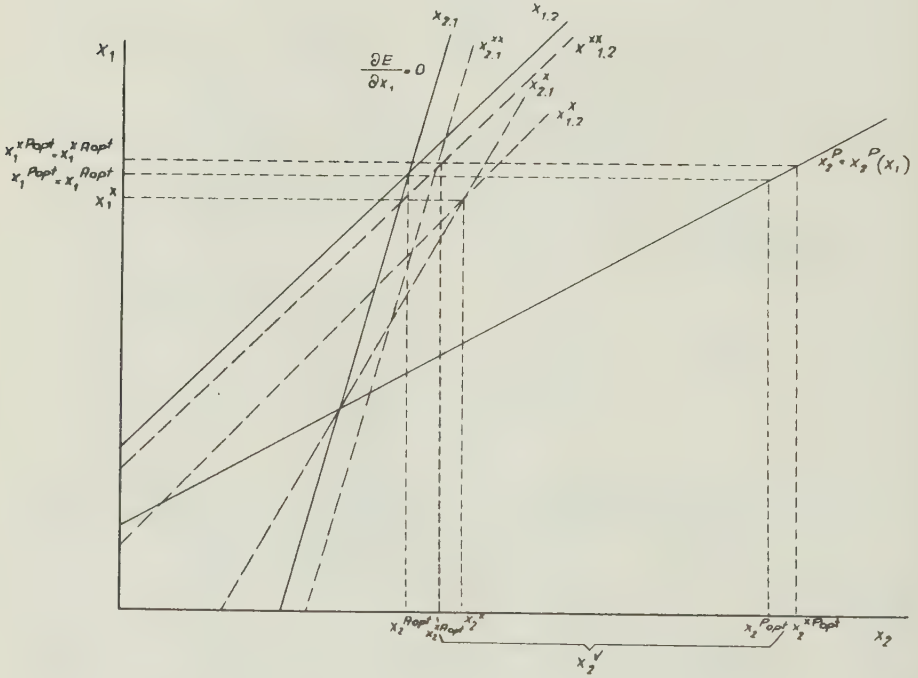


Abb. 8.10

Der Schnittpunkt der erlösmaximalen Absatzmengenlinien ohne Vernichtungskosten $X_{2.1}$ (Bedingung 8.39) mit der gewinnmaximalen Absatzmengenlinie $X_{1.2}$ (Bedingung 8.38) ergibt die Absatzmengenkombination x_1^{Aopt}, x_2^{Aopt}. Unter der Annahme konstanter Grenzvernichtungskosten des Produktes 2 verschiebt sich die

erlösmaximale Absatzmengenlinie $X_{2.1}$ um $-\frac{v_2}{b_{12}+b_{21}}$ nach $X_{2.1}^{++}$ (Bedingung 8.80). Die gewinnmaximale Absatzmengenlinie $X_{1.2}$ verschiebt sich um $-\frac{c_5 v_2}{2(b_{11}+c_3-\frac{c_5^2}{4c_4})}$ nach $X_{1.2}^{++}$. Es ergibt sich die Absatzmengenkombination x_1^{+Aopt}, x_2^{+Aopt}.

Dies bedeutet, daß bei komplementärem Nachfrageverbund und konstanten Grenzvernichtungskosten die Absatzmenge des Produktes 2 gegenüber dem Fall ohne Vernichtungskosten größer ist. Diese konstanten Grenzvernichtungskosten gestatten nur eine Reduktion der Überschußproduktion des Produktes 2 bis zur Absatzmenge $x_2^{+Aopt} > x_2^{Aopt}$. Der komplementäre Nachfrageverbund erzwingt durch diese größere Absatzmenge x_2^{+Aopt} eine Veränderung der Absatzmenge des Produktes 1 von x_1^{Aopt} auf x_1^{+Aopt}. Um diese Absatzmengenkombination zu erreichen, sind die Produktionsmengen x_1^{+Popt} und x_2^{+Popt} zu erzeugen. Die Menge $x_2^{+v} = x_2^{+Popt} - x_2^{+Aopt}$ ist zu vernichten.

Unter der Annahme der Nichtberücksichtigung der Vernichtungsmöglichkeit ergeben sich die Absatzmengenlinien $X_{1.2}^{+}$ und $X_{2.1}^{+}$ (Bedingungen 8.40 und 8.41) und somit die Absatzmengen x_1^{+} und x_2^{+}. Ein Vergleich der gewinnmaximalen Absatzmengen bei Vernichtungsmöglichkeiten und der Annahme von konstanten Grenzvernichtungskosten mit diesen Absatzmengen zeigt, daß bei komplementärem Kosten- und Nachfrageverbund i.d.R. $x_1^{+} < x_1^{+Aopt}$ und $x_2^{+} > x_2^{+Aopt}$ ist.[1]

---

1 Es sei hierbei auf die genaue Ableitung der Bedingungen für den Eintritt dieses Sachverhaltes verzichtet, da nicht vorrangig die Veränderung der Absatzmengenkombination zu bestimmen ist, sondern die Möglichkeiten der Gewinnsteigerung durch Vernichtung der Teilmenge eines Produktes aufgezeigt werden sollen.

Bei einer Reduktion der Absatzmenge von x_2^+ auf x_2^{+Aopt} steigt der Absatzpreis p_2, sofern $b_{22}(x_2^+ - x_2^{+Aopt}) + b_{21}(x_1^{+Aopt} - x_1^+) > 0$ ist. Durch die Produktion entlang der kostenminimalen Gesamtkostenkurve erhöht sich der Absatz des Produktes 1 von x_1^+ auf x_1^{+Aopt}. Der Absatzpreis p_1 sinkt, wenn die Bedingung $b_{11}(x_1^+ - x_1^{+Aopt}) + b_{12}(x_2^{+Aopt} - x_2^+) < 0$ erfüllt ist.

Dieses Ergebnis gilt unter der Bedingung, daß bei der Gleichheit von partiellem Grenzerlös und partiellen Grenzkosten eines jeden Produktes die Grenzvernichtungskosten absolut kleiner sind als die negativen partiellen Grenzerlöse des zu vernichtenden Produktes, denn nur unter dieser Bedingung führt eine Produktionsausweitung zu einer Kostenersparnis und eine Vernichtung zu einer Erlössteigerung.

Schlußbemerkungen

Der Verfasser hatte sich in dieser Untersuchung die Aufgabe gestellt, einen Beitrag zur Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise der Mehrproduktunternehmung bei Nachfrage- und Kostenverbund zu leisten. Den Anstoß zu dieser Arbeit bildete dabei die Feststellung, daß die Preistheorie die nachfrage- und kostenmäßigen Verflechtungen isoliert bzw. unter sehr einengenden Annahmen untersucht.

Die zu lösenden Probleme der Preistheorie der Mehrproduktunternehmung ergaben sich aus den Interdependenzen in den Nachfrage- und Kostenbeziehungen.

Eine Preistheorie bei Nachfrageverbund setzt eine Definition des Nachfrageverbundes voraus. Die Untersuchung hat gezeigt, daß die üblichen Annahmen der Preistheorie, die für eine Definition des Nachfrageverbundes entweder auf Nutzenvorstellungen der Konsumenten rekurriert oder aber den Einkommenseffekt auszuschalten versucht, in einer Theorie der Unternehmung nicht erforderlich sind, da der Einkommenseffekt vernachlässigbar gering und eine Nutzenmessung nicht erforderlich ist.

Auf der Grundlage dieser Erkenntnisse ließen sich Preis-Absatz-Funktionen für nachfrageverwandte Güter definieren und die gesamtgewinnmaximalen Absatzpreise bestimmen. Die Auseinandersetzung mit der Literatur, die bei Berücksichtigung der Substitutionalität eine Erhöhung und bei Komplementarität eine Senkung des Preisniveaus ableitet, zeigte, daß ein Preisvergleich bei verbundener und unverbundener Nachfrage zu falschen Schlußfolgerungen führt. Denn eine solche Aussage hätte zur Konsequenz, daß ein Sortiment nur substitutive Güter enthalten dürfte. Ebenso ist der

Aussage zu widersprechen, daß ohne eine Veränderung der Nachfrage- und Kostenfunktionen eine Fusion zweier Anbieter substitutiver (komplementärer) Güter zu einer Erhöhung (Senkung) der Absatzpreise führt.

Um diese Irrtümer auszuschließen, wurde zur Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzpreise die Eignung der Lösungsansätze der Oligopoltheorie für die Preistheorie der Mehrproduktunternehmung überprüft. Diese Darstellungsform macht die komplexen Zusammenhänge der Preistheorie der Mehrproduktunternehmung deutlich und schließt eine falsche Interpretation der zu ermittelnden Absatzpreise aus. Sie läßt gleichzeitig die Bedingungen für den Eintritt der Zugartikelwirkung erkennen.

Für die Definition des Kostenverbundes wurde der Verlauf der partiellen Grenzkosten zugrunde gelegt. Es wurden die gewinnmaximalen Absatzpreise bei starrer, komplementärer und konkurrierender Kuppelproduktion bestimmt. Die Untersuchung zeigte, daß bei isolierter Betrachtung des Kostenverbundes die Vernichtungsmöglichkeit nicht nur bei starrer Kopplung, sondern auch bei komplementärem Kostenverbund in die Analyse einzubeziehen ist. In der Preistheorie wird üblicherweise nur die Vernichtung einer Teilmenge eines Produktes und die damit verbundene Gesamterlöserhöhung betrachtet. Es scheint indes sinnvoll zu sein, bei komplementärem Kostenverbund und der Möglichkeit der Vernichtung von Teilmengen eines Produktes die Ausbringungsmengen der Produkte unter den angegebenen Bedingungen zu steigern und dadurch die Gesamtkosten zu senken.

Bei Kosten- und Nachfrageverbund beeinflussen die Interdependenzen auf der Produktions- und Absatzseite gleichzeitig die optimalen Absatzpreise. Die Absatz-

preise sind dabei für jede Form des Verbundes simultan zu bestimmen. Es zeigte sich in der Untersuchung, daß bei komplementärem Kostenverbund das Optimalitätskriterium der Gleichheit von partiellen Grenzkosten und Grenzerlösen nicht immer gilt. Treten bei der Bestimmung der Absatzpreise mit Hilfe dieses Optimalitätskriteriums negative partielle Grenzerlöse und somit negative partielle Grenzkosten auf, so ist dieses Optimalitätskriterium durch ein zweistufiges Optimalitätskriterium zu ersetzen. Da sich die Produktion kostenmäßig fördert, ist die gesamte Produktion bis zum jeweiligen Kostenminimum auszudehnen. Diese Produktionsbedingung ist bei der Bestimmung der gesamtgewinnmaximalen Absatzmengen und Absatzpreise zu berücksichtigen. Dabei erfaßt das zweistufige Optimalitätskriterium die kostenmäßigen Interdependenzen und die Rückwirkungen der Vernichtung von Teilmengen auf die nachfrageverbundenen Absatzmengen.

In dieser Abhandlung sind nur die Absatzpreise untersucht worden. Der Verfasser ist nicht der Ansicht, mit dieser Erörterung alle Problemkreise der Mehrproduktunternehmung erfaßt zu haben. Insbesondere die Berücksichtigung der anderen absatzpolitischen Instrumente und die Auswirkungen der in der Realität vorliegenden mehrstufigen Produktion auf die optimalen Absatzpreise bedürfen noch eingehender Analysen.

Literaturverzeichnis

Adam, Dietrich, Produktionsplanung bei Sortenfertigung, Ein Beitrag zur Theorie der Mehrproduktunternehmung, Wiesbaden 1969.

Albach, Horst, Zur Sortimentskalkulation im Einzelhandel, in: Handelsbetrieb und Marktordnung, Festschrift Carl Ruberg zum 70. Geburtstag, Wiesbaden 1962, S. 13-40.

Ders., Zur Verbindung von Produktionstheorie und Investitionstheorie, in: Zur Theorie der Unternehmung, Festschrift zum 65. Geburtstag von Erich Gutenberg, hrsg. von Helmut Koch, Wiesbaden 1962, S. 137-203.

Albrecht, Kurt, Verbundene Kosten, Diss. Berlin 1934.

Allen, R.G.D., Mathematik für Volks- und Betriebswirte, Berlin 1956.

Arrow, K.J., Hurwicz, L., Uzawa, H. (Hrsg.), Studies in Linear and Non-linear Programming, Stanford, Calif., 1958.

Bailey, Martin J., Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand Functions, in: Econometrica, Vol. XXII (1954), S. 72-76.

Ders., Price and Output Determination by a Firm Selling Related Products, in: AER, Vol. XLIV (1954), S. 82-93.

Ders., The Marshallian Demand Curve, in: JPE, Vol. 62 (1954), S. 255-261, wiederabgedruckt in: Readings in Microeconomics, edited by William Breit and Harold M. Hochman, New York, Chicago, San Francisco, Atlanta, Dallas, Montreal, Toronto, London 1968, S. 115-122.

Becker, Claus, Optimale Betriebsgrößen, Köln und Opladen 1969.

Behrens, Karl Christian, Betriebswirtschaftslehre des Außenhandels, Essen 1957.

Bender, Erich, Der kalkulatorische Ausgleich, Diss. Berlin 1941.

Bohr, Kurt, Zur Produktionstheorie der Mehrproduktunternehmung, Traditionelle Theorie und Lineare sowie Nichtlineare Programmierung, Köln und Opladen 1967.

Borchardt, Knut, Preisbildung und Konkurrenz im Einzelhandel unter besonderer Berücksichtigung des Problems der Mehrproduktunternehmung, in: JfNuSt, Bd. 172 (1960), S. 32-57.

Boulding, Kenneth E., Economic Analysis, Revised Edition, New York 1948.

Ders., Economic Analysis, fourth edition, Vol. I, Microeconomics, New York, Tokyo 1966.

Bowley, Arthur L., The Mathematical Groundwork of Economics, Oxford 1924.

Brink, Hans-Josef, Zur Planung des optimalen Fertigungsprogramms, dargestellt am Beispiel der Kalkindustrie, Köln-Berlin-Bonn-München 1969.

Buchanan, James M., Ceteris Paribus: Some Notes on Methology, in: SEJ, Vol. 24 (1957/58), S. 259-270.

Buhr, Walter, Dualvariable als Kriterium unternehmerischer Planung. Die Bedeutung der Dualitätsbeziehungen des mathematischen Programmierens für entscheidungsbezogene Theorie der Unternehmung, Meisenheim am Glan 1967.

Busse von Colbe, Walther, Die Planung der Betriebsgröße, Wiesbaden 1964.

Cady, George J., An Approach to the Theory of Multiple Production, in: SEJ, Vol. XVI (1949/50), S. 326-339.

Carlson, Sune, A Study on the Pure Theory of Production, London 1939, reprinted New York 1969.

Chamberlin, Edward H., The Theory of Monopolistic Competition, 6. ed. Cambridge (Mass.) 1948, S. 46ff.

Coase, R.H., Monopoly Pricing with Interrelated Costs and Demands, in: Economica, NS, Vol. XIII (1946), S. 278-294.

Colberg, Marshall R., Monopoly Prices under Joint Costs Fixed Proportions, in: JPE, Vol. XLIX (1941), S. 103-110.

Cournot, Augustin, Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses, Paris 1838. Deutsche Ausgabe, Untersuchungen über die mathematischen Grundlagen der Theorie des Reichtums, Jena 1924.

Danø, Sven, Industrial Production Models, Wien-New York 1966.

Dean, Joel, Managerial Economics, New York 1951.

Dorfman, Robert, Samuelson, Paul A., Solow, Robert M., Linear Programming and Economic Analysis, New York, Toronto, London 1958.

Edgeworth, F.Y., The Pure Theory of Monopoly, in: Papers Relating to Political Economy, Nachdruck New York ohne Jahresangabe, Vol. I, S. 111-142.

Ders., Professor Seligman on the Theory of Monopoly, in: Papers Relating to Political Economy, Vol. I, S. 143-171.

Ders., The Pure Theory of Taxation, in: Papers Relating to Political Economy, Vol. II, S. 63-125.

Ders., On Some Theories Due to Pareto, Zawadski, W.E. Johnson and Others, in: Papers Relating to Political Economy, Nachdruck New York o.J., Vol. II, S. 450-491.

Ders., Applications of Probabilities to Economics, in: Papers Relating to Political Economy, Vol. II, S. 387-428.

Edler, Folkrad, Werbetheorie und Werbeentscheidung, Wiesbaden 1966.

Fellner, William, Competition Among the Few, New York 1949, reprinted 1960, S. 33ff.

Ferguson, Charles E., Modified Edgeworth Phenomena and the Nature of Related Commodities, in: Essays in Economics and Econometrics, A Volume in Honor of Harold Hotelling, edited by Ralph W. Pfouts, Chapel Hill o.J., S. 178-187.

Ders., Substitution Effect in Value Theory: A Pedagogical Note, in: SEJ, Vol. XXVI (1960), S. 310-314.

Ders., Microeconomic Theory, Homewood, Illinois, 1966.

Ferner, Walter, Modelle zur Programmplanung im Absatzbereich industrieller Betriebe, Köln-Berlin-Bonn-München 1966.

Fleischmann, Gerd, Symmetrisches Dyopol. Bemerkungen zur Kritik von Seitz an der Dyopoltheorie Krelles, in: JfNuSt, Bd. 175 (1963), S. 347-355.

Friedman, Milton, The Marshallian Demand Curve, in: JPE, Vol. 57 (1949), S. 463-495, wiederabgedruckt in: Readings in Microeconomics, ed. by William Breit and Harold M. Hochman, New York, Chicago, San Francisco, Atlanta, Dallas, Montreal, Toronto, London 1968, S. 104-114.

Friedman, Milton, Price Theory, third printing, Chicago 1965.

Frisch, Ragnar, Einige Punkte einer Preistheorie mit Boden und Arbeit als Produktionsfaktoren, in: ZfN, Bd. 3 (1932), S. 62-104.

Ders., New Methods of Measuring Marginal Utility, Tübingen 1932.

Ders., Theory of Production, Dordrecht, Holland, 1965.

Garver, Raymond, The Edgeworth Taxation Phenomenon, in: Econometrica, Vol. I (1933), S. 402-407.

Gerhardt, Christian, Bestimmungsmöglichkeiten optimaler Produktionsprogramme bei primärer Verbundproduktion, Diss. Hamburg 1966.

Gorman, W.M., Separable Utility and Aggregation, in: Economica, Vol. 27 (1959), S. 469-481.

Graaff, J. de V., Income Effects and the Theory of the Firm, in: RES, Vol. XVIII (1950/51), S. 79-86.

Grayson, Henry, Price Theory in a Changing Economy, New York, London 1965.

Gümbel, Rudolf, Die Sortimentspolitik in den Betrieben des Wareneinzelhandels, Köln und Opladen 1963.

Gutenberg, Erich, Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 1. Bd., Die Produktion, 8./9. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1963.

Ders., Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, 2. Bd., Der Absatz, 8. Aufl., Berlin, Heidelberg, New York 1965

Haller, Heinz, Indifferenzlinien, Komplementarität und Substituierbarkeit, in: ZfdgSt, Bd. 109, 1953, S. 115-139.

Hartmann, B., Verbundene Produktion, in: HdB, Bd. IV, 3. Aufl., Stuttgart 1962, Spalte 5635ff.

Hax, Herbert, Die Gestaltung des Fertigungsprogramms unter Berücksichtigung produktionswirtschaftlicher und absatzwirtschaftlicher Faktoren, in: BFuP, 10. Jg., 1958, S. 498-517.

Ders., Vertikale Preisbindung in der Markenartikelindustrie, Köln und Opladen 1961.

Ders., Die Koordination von Entscheidungen, Köln, Berlin, Bonn, München 1965.

Heinen, Edmund, Betriebswirtschaftliche Kostenlehre, Bd. I, Begriff und Theorie der Kosten, 2. Aufl., Wiesbaden 1965.

Hellauer, Josef, Kalkulation in Handel und Industrie, Wien-Berlin 1931.

Helmstädter, E., Das Verbund-Dyopol Cournots als Modell der Konkurrenz um den Preisanteil und seine verteilungstheoretische Anwendung, in: JfNuSt, Bd. 174 (1962), S. 377-413.

Ders., Gleichgewichtsbereiche in statischen Dyopolmodellen, in: JfNuSt, Bd. 175 (1963), S. 441-458.

Henderson, James E., Quandt, Richard E., Mikroökonomische Theorie, Eine mathematische Darstellung, Aus dem Amerikanischen übersetzt von Dr. Werner Meißner, Berlin und Frankfurt a. M. 1967.

Henn, R., Opitz, O., Konsum- und Produktionstheorie I, Berlin, Heidelberg, New York 1970.

Heuß, Ernst, Allgemeine Markttheorie, Tübingen-Zürich 1965.

Hicks, John R. und Allen, Roy G.D., A Reconsideration of the Theory of Value, in: Economica, New Series, Vol. I (1934), Part I, S. 52-76, Part II, S. 196-219, zitiert nach der Übersetzung: Eine erneute Behandlung der Werttheorie, in: Alfred Eugen Ott (Hrsg.), Preistheorie, Köln - Berlin 1965, Teil I, S. 117-137, Teil II, S. 137-161.

Hicks, John R., Theory of Wages, London 1932.

Ders., Annual Survey of Economic Theory: The Theory of Monopoly, in: Econometrica, Vol. III (1935), S. 1-20.

Ders., Value and Capital, 2nd edition, Oxford 1946, reprinted 1961.

Ders., A Revision of Demand Theory, Oxford 1956.

Hirshleifer, Jack, Economics of the Divisionalized Firm, in: JB, Vol. XXX (1957), S. 96-108.

Holdren, Bob R., The Structure of a Retail Market and the Market Behavior of Retail Units, Englewood Cliffs, N.J. 1960.

Horacek, Max, Der kalkulatorische Ausgleich, Wien 1950.

Hotelling, Harold, Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand and Supply Functions, in: JPE, Vol. XL (1932), S. 577-616.

Hotelling, Harold, Note on Edgeworth's Taxation Phenomenon and Professor Garver's Additional Condition on Demand Functions, in: Econometrica, Vol. I (1933), S. 408-409.

Ders., Demand Functions with Limited Budgets, in: Econometrica, Vol. III (1935), S. 66-78.

Houck, James P., Price Elasticities and Joint Products, in: JFE, Vol. 46 (1964), S. 652-656.

Hudelmaier, Gerhard, Zur Kalkulation von Kuppelprodukten in der Fleischwarenindustrie mit Hilfe der linearen Programmierung, Ludwigshafen 1968.

Humbel, Peter, Preispolitische Gewinndifferenzierung im Einzelhandel, Diss. Zürich 1958.

Ichimura, S., A Critical Note on the Definition of Related Goods, in: RES, Vol. XVIII (1950/51), S. 179-183.

Jacob, Herbert, Preispolitik, Wiesbaden 1963.

Kilger, Wolfgang, Produktions- und Kostentheorie, Wiesbaden 1958.

Kloock, Josef, Betriebswirtschaftliche Input-Output-Modelle, Ein Beitrag zur Produktionstheorie, Wiesbaden 1969.

Knight, Frank H., Realism and Relevance in the Theory of Demand, in: JPE, Vol. 52 (1944), S. 289-318.

Koch, Helmut, Die Theorie der Unternehmung als Globalanalyse, in: ZfdgSt, Bd. 120 (1964), S. 385-434.

Ders., Grundprobleme der Kostenrechnung, Köln und Opladen 1966.

Ders., Grundlagen der Wirtschaftlichkeitsrechnung, Wiesbaden 1970.

Koopmans, Tjalling C., Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities, in: Activity Analysis of Production and Allocation, ed. by T.C. Koopmans, New York-London 1951.

Krelle, Wilhelm, Preistheorie, Tübingen-Zürich 1961.

Ders., Unbestimmtheitsbereiche beim Dyopol, in: JfNuSt, Bd. 175 (1963), S. 232-236.

Ders., Produktionstheorie, Teil I der Preistheorie, 2. Aufl., Tübingen 1969.

Lange, Oskar, Die allgemeine Interdependenz der Wirtschaftsgrößen und die Isolierungsmethode, in: ZfN, Bd. 4 (1933), S. 52-78

Laßmann, Gert, Die Produktionsfunktion und ihre Bedeutung für die betriebswirtschaftliche Kostentheorie, Köln und Opladen 1958.

Lesourne, Jacques, Unternehmensführung und Unternehmensforschung, München-Wien 1964.

Lerner, A.P., Notes on Elasticity of Substitution, II, The Diagrammaticed Representation, in: RES, Vol. I (1933/34), S. 68-71.

Littlechild, S.C., Marginal-Cost Pricing with Joint Costs, in: EJ, No. 318, Vol. LXXX (1970), S. 321-335.

Liviatan, Nissan, A Generalization of the Composite-Good Theorem for Imperfect Markets, in: RES, Vol. XXXIII (1966), S. 45-56.

Lücke, Wolfgang, Produktions- und Kostentheorie, Würzburg-Wien 1969.

Machlup, Fritz, Wettbewerb im Verkauf, Göttingen 1966.

Mangold, H.v., Einführung in die höhere Mathematik, neu herausgegeben und erweitert von Konrad Knopp, Zweiter Band, 12. Aufl., Stuttgart 1965.

Marshall, Alfred, Handbuch der Volkswirtschaftslehre, Stuttgart, Berlin 1905, übersetzt von H. Ephraim und A. Salz.

Ders., Principles of Economics, Ninth (variorum)edition, Vol. I, London 1961.

Meffert, Heribert, Betriebswirtschaftliche Kosteninformationen, Wiesbaden 1968.

Mellerowicz, Konrad, Kostenrechnung, II. Band, 2. Teil, Berlin 1958.

Ders., Kalkulatorischer Ausgleich, in: HdB, 3. Aufl., Bd. 2, Stuttgart 1958, Sp. 2929ff.

Merian, Hans-Rudolf, Die volkswirtschaftliche Preisbildung der Kuppelprodukte, in: ZfN, Bd. III (1932), S. 591-615.

Meßmann, Horst, Anschauliche Theorie der verbundenen Produktion, Diss. Mannheim 1952.

Möller, Hans, Kalkulation, Absatzpolitik und Preisbildung, Die Lehre von der Absatzpolitik der Betriebe auf preistheoretischer und betriebswirtschaftlicher Grundlage, Nachdruck mit einer neuen Einführung über: Die Entwicklung der modernen Preistheorie, Tübingen 1962.

Moore, Henry L., Synthetic Economics, New York 1929.

Mosak, Jacob L., On the Interpretation of the Fundamental Equation of Value Theory, in: Studies in Mathematical Economics and Econometrics, in Memory of Henry Schultz, edited by Oskar Lange u.a., Chicago 1942, S. 69-74.

Niehans, Jürg, Preistheoretischer Leitfaden für Verkehrswissenschaftler, in: Schweizerisches Archiv für Verkehrswissenschaft und Verkehrspolitik, 11. Jg. (1956), S. 293-320.

Ott, Alfred E., Ein statisches Modell der Preisbildung im Einzelhandel, in: JfNuSt, Band 172 (1960), S. 1-31.

Ders., Preis-Absatzfunktion beim unvollkommenen Oligopol, in: WWA, Bd. 88 (1962 I), S. 287-307.

Ders., Gewinnmaximierung, Reaktionshypothese und Gleichgewichtsgebiet beim unvollkommenen Dyopol, in: JfNuSt, Bd. 175 (1963), S. 428-440.

Ders., Grundzüge der Preistheorie, Göttingen 1968.

Pareto, Vilfredo, Manuel d'économie politique, Traduit sur l'édition italienne par Alfred Bonnet, Deuxième édition, Paris 1927.

Pigou, A.C., The Statistical Derivation of Demand Curves, in: EJ, Vol. 40 (1930), S. 384-400.

Ders., The Elasticity of Substitution, in: EJ, Vol. 44 (1934), S.232-241.

Pfouts, Ralph W., The Theory of Cost and Production in the Multi-Product Firm, in: Econometrica, Vol. XXIX (1961), S. 650-658.

Pressmar, Dieter B., Kosten- und Leistungsanalyse im Industriebetrieb, Wiesbaden 1971.

Raffée, Hans, Kurzfristige Preisuntergrenzen als betriebswirtschaftliches Problem, Köln und Opladen 1961.

Richter, Rudolf, Preistheorie, Wiesbaden 1963.

Riebel, Paul, Die Kuppelproduktion - Betriebs- und Marktprobleme, Köln und Opladen 1955.

Robinson, Joan, The Economics of Imperfect Competition, London 1933, reprinted 1954.

Roos, Charles Frederick, Dynamic Economics, Bloomington 1934.

Ruberg, Carl, Kostenprinzip und Wertprinzip bei der Kalkulation im Einzelhandel, in: ZfhF, NF, 1. Jg. (1949), S. 193-206.

Ders., Der Einzelhandelsbetrieb, Essen 1951.

Ders., Sortiment und Sortimentspolitik im Handel, in: HdB, 3. Aufl., Bd. 3, Stuttgart 1960, Sp. 4906-4910.

Ryan, W.J.L., Price Theory, London, New York 1958, reprinted 1965.

Samuelson, Paul A., Foundations of Economic Analysis, second printing, Cambridge, Mass., 1948.

Sauermann, Heinz, Einführung in die Volkswirtschaftslehre, Band II, Wiesbaden 1964.

Schäfer, Erich, Die Aufgabe der Absatzwirtschaft, Köln und Opladen 1950.

Schmalenbach, Eugen, Kostenrechnung und Preispolitik, 7. Aufl., Köln und Opladen 1956.

Schmitz, Gerhard, Kalkulatorischer Ausgleich als betriebspolitische Aufgabe der Handelsunternehmung, in: Distributionswirtschaft, Beiträge aus den Gebieten der Absatz-, Handels- und Beschaffungswirtschaft, Gemeinschaftliche Gabe von Mitarbeitern Kölner Institutionen für Professor Dr. Dr. h.c. Rudolf Seyffert zu seinem 75. Geburtstag, hrsg. von Edmund Sundhoff, Köln und Opladen 1968, S. 1-27.

Schneider, Dieter, Produktionstheorie als Theorie der Produktionsplanung, in: Liiketaloudellinen Aikakauskirja (The Journal of Business Economics) 13. Jg. (1964), S. 199-229.

Ders., Die Preis-Absatz-Funktion und das Dilemma der Preistheorie, in: ZfdgSt, Bd. 122 (1966), S. 587-628.

Ders., Die Preistheorie und die preispolitischen Folgen vertikaler Unternehmenskonzentration, in: ZfbF, NF, 18. Jg. (1966), S. 140-157.

Schneider, Erich, Bemerkungen zum Kalkulationsproblem bei verbundener Produktion, in: Nordisk Tidsskrift for Teknisk Økonomi, 4. Jg. (1938), S. 21-35.

Schneider, Erich, Einführung in die Wirtschaftstheorie, II. Teil, Wirtschaftspläne und wirtschaftliches Gleichgewicht in der Verkehrswirtschaft, 7. verb. Aufl., Tübingen 1961.

Schneider, Hans Karl, Die Preisbildung für Ferngas, Diss, Köln 1948.

Schneider, Helmut, Das allgemeine Gleichgewicht in der Marktwirtschaft, Tübingen 1969.

Schultz, Henry, The Theory and Measurement of Demand, fifth impression, Chicago, London 1966.

Scitovski, T., Welfare and Competition, Chicago, Ill., 1951.

Seitz, Tycho, Bemerkungen zur Dyopoltheorie Krelles, in: JfNuSt, Bd. 174 (1962), S. 430-451.

Ders., Preisführerschaft im Oligopol, Köln, Berlin, Bonn, München 1965.

Selten, Reinhard, Preispolitik der Mehrproduktunternehmung in der statischen Theorie, Berlin, Heidelberg, New York 1970.

Seyffert, Rudolf, Wirtschaftslehre des Handels, Köln und Opladen 1957.

Slutsky, Eugen E., Sulla teoria del bilancio del consumatore, in: Giornale degli Economisti, Vol. 51 (1915), S. 1-26, zitiert nach der Übersetzung "Zur Theorie des Verbraucherbudgets, in: Alfred Eugen Ott (Hrsg.), Preistheorie, Köln-Berlin 1965, S. 87-116.

Smithies, Arthur, The Theory of Value Applied to Retail Selling, in: RES, Vol. VI (1938), S. 215-221.

Spilker, Hans, Die Bestimmung der gewinnmaximalen Absatzmengenkombination der Mehrproduktunternehmung und ihre Reaktion auf Nachfrageverschiebungen, in: ZfdgSt, Bd. 112 (1956), S. 632-670.

Stackelberg, Heinrich von, Grundlagen einer reinen Kostentheorie, Wien 1932.

Ders., Marktform und Gleichgewicht, Wien, Berlin 1934.

Ders., Probleme der unvollkommenen Konkurrenz, in: WWA, Bd. 48 (1938), S. 95-141.

Ders., Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre, 2., photomechanisch gedruckte Auflage, Tübingen-Zürich 1951.

Stigler, George J., The Theory of Price, New York 1946.

Strotz, Robert H., The Empirical Implications of a Utility Tree, in: Economica, Vol. 25 (1957), S. 269-280.

Ders., Utility Tree - A Correction and Further Appraisal, in: Economica, Vol. 27 (1959), S. 482-488.

Sundhoff, Edmund, Die Handelsspanne, Köln und Opladen 1951.

Ders., Preis- und Mengenpolitik bei verbundener Produktion, in: Distributionswirtschaft, Beiträge aus den Gebieten der Absatz-, Handels- und Beschaffungswirtschaft, Gemeinschaftliche Gabe von Mitarbeitern Kölner Institutionen für Professor Dr. Dr. h.c. Rudolf Seyffert zu seinem 75. Geburtstag, hrsg. von Edmund Sundhoff, Köln und Opladen 1968, S. 301-358.

Sweezy, Paul H., Demand under Conditions of Oligopoly, in: JPE, Vol. XLVII (1939), S. 568-573.

Swoboda, Peter, Verbundene Leistungserstellung und -verwertung und betriebliches Rechnungswesen, in: Empirische Betriebswirtschaftslehre, Festschrift zum 60. Geburtstag von Leopold L. Illetschko, Wiesbaden 1963, S. 163-186.

Tillmann, Karl Heinz, Die Bewertung von marktpreislosen Kuppelprodukten in der Kostenrechnung der chemischen Industrie, in: ZfhF, NF, 6. Jg., 1954, S. 167ff.

Usher, Dan, The Derivation of Demand Curves from Indifference Curves, in: OEP, New Series, Vol. 17 (1965), S. 24ff.

Veigel, Günter, Kosten der Kuppelprodukte Wärme-Elektrische Energie (Kraft-Wärme-Kupplung), in: ZfB, 32. Jg. (1962), S. 100-105.

Vickrey, William, Can Exercises Lower Prices?, in: Essays in Economics and Econometrics, A Volume in Honor of Harold Hotelling, edited by Ralph W. Pfouts, Chapel Hill o.J., S. 165-177.

Vormbaum, Herbert, Differenzierte Preise, Köln und Opladen 1960.

Weber, Hans Hermann, Grundlagen einer quantitativen Theorie des Handels, Köln und Opladen 1966.

Ders., Zur Bedeutung der Haushaltstheorie für die betriebswirtschaftliche Absatztheorie, in: ZfbF, NF, 21. Jg. (1969), S. 773-783.

Weber, Hans Hermann, Grundzüge einer monopolistischen Absatztheorie, Köln, Berlin, Bonn, München 1970.

Weblus, Bernhard, Produktionseigenarten der chemischen Industrie, Ihr Einfluß auf Kalkulation und Programmgestaltung, Zugleich eine Studie für Vielprodukt-Betriebe, Berlin 1958.

Weintraub, Sidney, Price Theory, New York, Toronto, London 1949.

Ders., Intermediate Price Theory, Philadelphia and New York 1964.

Weldon, J.C., The Multiple Product Firm, in: CJ, Vol. XIV (1948), S. 176-190.

Wenke, Klaus, Zur Kalkulation von Kuppelprodukten, in: ZfB, 31. Jg. (1961), S. 12-29.

Willeke, Rainer J., Art. "Marktformen", in: HdSW, 7. Bd. (1961), S. 136-147.

Winkel, H., Das Dualproblem in der linearen Planungsrechnung, in: Ufo, Bd. 3 (1959), S. 118ff.

Wittlage, Helmut, Probleme der Preisdifferenzierung, Diss. Münster 1965.

Wold, Herman, Juréen, Lars, Demand Analysis, A Study in Econometrics, New York, Stockholm 1953.

Zoutendijk, G., Methods of Feasible Direction, A Study in Linear and Non-Linear Programming, Amsterdam-London-New York-Princeton 1960.

Abkürzungsverzeichnis

AER	The American Economic Review
Art.	Artikel
Aufl.	Auflage
Bd.	Band
BFuP	Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis
bzw.	beziehungsweise
CJ	Canadian Journal of Economics and Political Science
ders.	derselbe
d.h.	das heißt
Diss.	Dissertation
ed.	edited, edition, editor(s)
EJ	The Economic Journal
f.	folgende Seite
ff.	folgende Seiten
HdB	Handwörterbuch der Betriebswirtschaft
HdSW	Handwörterbuch der Sozialwissenschaften
hrsg.	herausgegeben
Hrsg.	Herausgeber
i.d.R.	in der Regel
JB	The Journal of Business
JFE	Journal of Farm Economics
JfNuSt	Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik
Jg.	Jahrgang
JPE	The Journal of Political Economy
NF	Neue Folge
No.	number
NS	New Series
OEP	Oxford Economic Papers
o.J.	ohne Jahresangabe
RES	The Review of Economic Studies
S.	Seite
SEJ	Southern Economic Journal

sog.	sogenannte (-r), (-s), (-n)
Sp.	Spalte
Ufo	Unternehmensforschung
usw.	und so weiter
vgl.	vergleiche
Vol.	Volume
WWA	Weltwirtschaftliches Archiv
z.B.	zum Beispiel
ZfB	Zeitschrift für Betriebswirtschaft
ZfbF	Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung
ZfdgSt	Zeitschrift für die gesamten Staatswissenschaften
ZfhF	Zeitschrift für handlungswissenschaftliche Forschung
ZfN	Zeitschrift für Nationalökonomie
z.T.	zum Teil

Lebenslauf

Am 20. Juli 1940 wurde ich als Sohn des Geschäftsführers Eilerich Zimmermann und seiner Ehefrau Gertrud, geb. Hermes, in Bippen geboren. Ich besitze die deutsche Staatsangehörigkeit.

Nach vier Jahren Volksschule besuchte ich ab 1951 zunächst die Mittelschule in Oldenburg und anschließend in Bad Essen. Im Jahre 1957 wechselte ich zum Ernst-Moritz-Arndt-Gymnasium in Osnabrück. Hier bestand ich am 26. Februar 1960 die Reifeprüfung. Vom 1. April 1960 bis zum 30 April 1962 absolvierte ich eine Lehre in einer Molkereigenossenschaft. Im Sommersemester 1962 begann ich mein Studium an der Universität Münster und legte hier am 12. Oktober 1967 die Diplomprüfung für Kaufleute ab.

Vom 16. Oktober 1967 bis zum 30. September 1968 war ich als Verwalter der Stelle eines Wissenschaftlichen Assistenten am Institut für Industrielle Unternehmensforschung beschäftigt. Vom 1. Oktober 1968 bis zum 31. Mai 1969 war ich wissenschaftliche Hilfskraft, und seit dem 1. Juni 1969 bin ich Verwalter der Stelle eines Wissenschaftlichen Assistenten am Institut für Betriebsanalysen der Universität Münster.